

Шифр

Открытая межвузовская олимпиада школьников СФО «Будущее Сибири»

Общий балл	Дата	Ф.И.О. членов жюри	Подписи членов жюри
34		Мерзлякова	

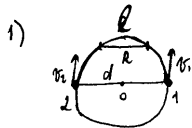
Числовик 1.

Задача 1.

Время: t_x ?

Рассмотрим два случая

- 1) Лодки плывут навстречу друг другу
- 2) Лодки плывут в одну сторону.

Через время t расстояние станет R

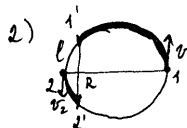
$$l = \frac{2\pi R}{6} = \frac{\pi R}{3}$$

$$\pi R = (v_1 + v_2) t$$

$$\pi R - \frac{\pi R}{3} = (v_1 + v_2) t$$

$$\frac{2\pi R}{3} = (v_1 + v_2) t \Rightarrow v_{\text{отн}} = \frac{2\pi R}{3t}$$

$$t_x = \frac{\pi R}{v_{\text{отн}}}; \quad t_x = \frac{\pi R}{\frac{2\pi R}{3t}} = \frac{\pi R}{1} \cdot \frac{3t}{2\pi R} = 1,5t$$

мысл $v_1 > v_2 \Rightarrow v_{\text{отн}} = v_1 - v_2$

$$l = \frac{2\pi R - \frac{\pi R}{3}}{2} = \pi R - \frac{\pi R}{6} = \frac{5}{6} \pi R$$

$$\pi R = (v_1 - v_2) t \Rightarrow v_{\text{отн}} = \frac{\pi R}{t}$$

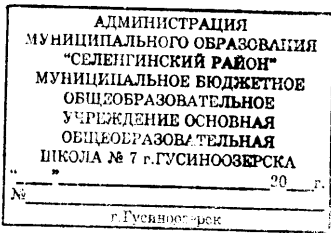
$$\pi R - v_1 t - v_2 t = \frac{\pi R}{3}$$

$$\frac{2\pi R}{3} = v_{\text{отн}} \cdot t$$

$$v_{\text{отн}} = \frac{2\pi R}{3t}$$

$$t_x = \frac{\pi R}{\frac{2\pi R}{3t}} = \frac{\pi R}{1} \cdot \frac{3t}{2\pi R} = 1,5t$$

Ответ: в обоих случаях лодки встретятся через $1,5t$.



Числовик 2.

2. ~~Вопрос~~: I_3 - ?

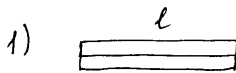
Рассмотрим 3 случая.

Пусть l - длина стержня;

S - площадь поперечного сечения;

ρ - удельное сопротивление

$$R_0 = \rho \frac{l}{S} - \text{сопротивление одного стержня}$$

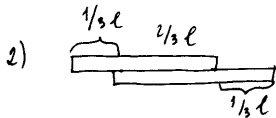


Если концы стержней совпадают, то $R_1 = \frac{R_0}{2}$ - общее сопротивление

По закону Ома при полной цепи:

$$I_1 = \frac{E}{r + \frac{R_0}{2}} \quad (1), \text{ где}$$

r - внутреннее сопротивление источника
 E - ЭДС источника



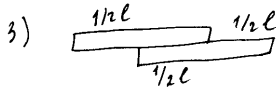
$$R_2 = R_{21} + R_{22} + R_{23} - \text{общее сопротивление}$$

$$R_{23} = R_{21} = \rho \frac{l/3}{S} = \frac{R_0}{3}$$

не берем - $R_{22} = \rho \frac{2l}{3S} = \frac{2\rho l}{3S} = \frac{2R_0}{3}$ как R_{22} не берем?

$$R_2 = \frac{R_0}{3} + \frac{2R_0}{3} + \frac{R_0}{3} = R_0$$

По закону Ома $I_2 = \frac{E}{r + R_0} \quad (2)$



$$R_3 = R_{31} + R_{32} + R_{33}$$

$$R_{33} = R_{31} = \frac{\rho l}{2S} = \frac{R_0}{2}$$

$$R_{32} = \frac{\rho l}{2 \cdot 2S} = \frac{\rho l}{4S} = \frac{R_0}{4}$$

$$R_3 = \frac{R_0}{2} + \frac{R_0}{4} + \frac{R_0}{2} = \frac{5}{4} R_0$$

По закону Ома $I_3 = \frac{E}{r + \frac{5}{4} R_0}$

из (1) и (2)

$$E = I_1 r + I_1 \frac{R_0}{2}$$

$$E = I_2 r + I_2 R_0$$

$$I_1 r + I_1 \frac{R_0}{2} = I_2 r + I_2 R_0$$

$$r(I_1 - I_2) = R_0(I_2 - \frac{I_1}{2}) \Rightarrow r = \frac{R_0(I_2 - \frac{I_1}{2})}{I_1 - I_2}$$

из (2) и (3)

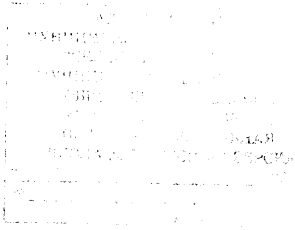
$$I_2 r + I_2 R_0 = I_3 r + I_3 \frac{5}{4} R_0 \Rightarrow$$

$$I_3 = \frac{I_2 r + I_2 R_0}{r + \frac{5}{4} R_0} = \frac{I_2 \left(R_0 \cdot \frac{(I_2 - \frac{I_1}{2})}{I_1 - I_2} \right) + R_0}{\frac{R_0 \cdot \frac{(I_2 - \frac{I_1}{2})}{I_1 - I_2} + \frac{5}{4} R_0}} = \frac{I_2 \left((I_2 - \frac{I_1}{2}) + (I_1 - I_2) \right)}{I_2 - \frac{I_1}{2} + \frac{5}{4} I_1 - \frac{5}{4} I_2}$$

$$I_3 = \frac{4,5 A \left((4,5 A - 3 A) + (6 A - 4,5 A) \right)}{4,5 A - 3 A + 7,5 A - 5,625 A} = 4 A$$

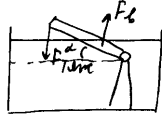
ответ: (4A) +

(6)



Условие 3.

3. 90



по условию равновесие $\sum M = 0$.

$$1) F_T \cdot l_T = F_6 \cdot l_6$$

$$m g \cdot l_T = P_{срн} \cdot g \cdot V_{срн} \cdot l_6$$

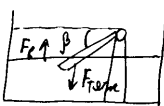
$$P_{срн} \cdot V \cdot l_T = P_{срн} \cdot V_{срн} \cdot l_6$$

$$P_{срн} \cdot l \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos \alpha = P_{срн} \cdot \frac{3}{5} \cdot l \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos \alpha$$

$$P_{срн} = P_{срн} \frac{9}{25}$$

Пусть $l_T = l - \frac{l_6}{2}$

иначе



$$2) F_6 \cdot l_T \cdot \cos \beta = F_T \cdot \frac{l}{2} \cdot \cos \beta$$

$$P_{срн} \cdot g \cdot 5 \cdot l_6 \cdot \left(l - \frac{l_6}{2} \right) = P_{срн} \cdot g \cdot 5 \cdot l \cdot \frac{l}{2}$$

$$P_{срн} l_6 \left(l - \frac{l_6}{2} \right) = P_{срн} \cdot \frac{9}{25} \cdot \frac{l^2}{2}$$

$$l_6 \cdot l - \frac{l_6^2}{2} = \frac{l^2 g}{50}$$

$$\frac{50 l_6 l}{50} - \frac{25 l_6^2}{50} - \frac{l^2 g}{50} = 0$$

$$25 l_6^2 - 50 l_6 l + 9 l^2 = 0$$

$$D = 2500 l^2 - 900 l^2$$

$$l_6 = \frac{50 l \pm \sqrt{2500 l^2 - 900 l^2}}{50} = \frac{50 l \pm 40 l}{50}$$

$$l_{61} = \frac{50 l - 40 l}{50} = \frac{10 l}{50} = \frac{1}{5} l$$

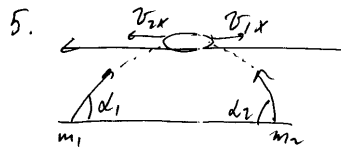
$$l_{62} = \frac{50 l + 40 l}{50} = \frac{90 l}{50} = 1,8 l - \text{не имеет смысла}$$

нагрузка?

8

Ответ: кант если имеет часть канта, нагрузка будет приложена на $\frac{1}{5}$ длины

Условие 4.



$$v_{1x} = v_{01} \cdot \cos \alpha_1$$

$$v_{2x} = v_{02} \cdot \cos \alpha_2$$

по закону сохр. импульсов $m_1 v_{1x} - m_2 v_{2x} = (m_1 + m_2) u_x$

$$h_{\max} = \frac{v_{01}^2 \cdot \sin^2 \alpha_1}{2g} = \frac{v_{02}^2 \cdot \sin^2 \alpha_2}{2g}$$

т.к. в одну точку $\Rightarrow v_{02} = \frac{v_{01} \cdot \sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$

$$v_{2x} = v_{02} \cdot \cos \alpha_2 = \frac{v_{01} \cdot \sin \alpha_1}{\sin \alpha_2} \cdot \cos \alpha_2 = v_{01} \cdot \sin \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \alpha_2$$

по закону сохр. импульсов $m_1 v_{1x} - m_2 v_{2x} = (m_1 + m_2) u_x$

$$m_1 v_{01} \cdot \sin \alpha_1 - m_2 v_{01} \cdot \sin \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \alpha_2 = (m_1 + m_2) v_{01} \cos \alpha_1 \quad /: \cos \alpha_1$$

$$\frac{m_2 \sin \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \alpha_2}{\cos \alpha_1} - \frac{m_1 \cos \alpha_1}{\cos \alpha_1} = m_1 + m_2$$

~~$m_2 \sin \alpha_1$~~

$$m_2 \operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \alpha_2 - m_1 = m_1 + m_2$$

$$m_2 (\operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \alpha_2 - 1) = 2m_1$$

$$\frac{m_1}{m_2} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \alpha_2 - 1}{2}$$

Ответ: отношение масс $\frac{m_1}{m_2} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_1 \cdot \operatorname{ctg} \alpha_2 - 1}{2}$

10