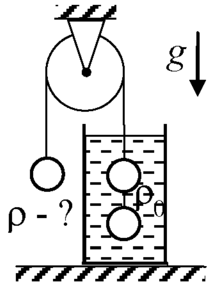
# Открытая межвузовская олимпиада школьников СФО «Будущее Сибири»
## I (отборочный) этап, 2013–2014 учебный год
## Физика 8 класс, вариант 1




**1**. К концу невесомой нити, перекинутой через неподвижный блок, прикреплён шар из камня. К другому концу прикреплены два таких же шара, которые целиком погружены в жидкость плотности $\rho_0 = 1000$ кг/м$^3$. Система находится в равновесии. Определите плотность ρ камня, из которого сделаны шары. Трения нет.

**Решение:**

Пусть $V$ — объём шарика, $g$ — ускорение свободного падения, тогда сила тяжести, действующая на шарик, направлена вертикально вниз и равна:

$$F_{\text{т}} = \rho V g, \qquad \textbf{(2 б.)}$$

а сила Архимеда, действующая на шарики, погружённые в воду, направлена вертикально вверх и равна

$$F_{\text{А}} = \rho_0 V g. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

В равновесии:

$$\rho V g = 2\rho V g - 2\rho_0 V g. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Выражая отсюда искомую плотность $\rho$, получим:

**ответ**: $$\rho = 2\rho_0 = 2000 \text{ кг/м}^3. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

**2**. Кусок льда массы $m_{\text{л}} = 700$ г поместили в калориметр с водой. Масса воды $m_{\text{в}} = 2{,}5$ кг, её температура $T_{\text{в}} = 5$°C, а удельная теплоёмкость $c_{\text{в}} = 4{,}2$ Дж/г·K. После установления теплового равновесия оказалось, что масса льда увеличилась на $m = 64$ г. Определите начальную температуру $T_{\text{л}}$ льда, если его удельная теплота плавления $\lambda = 336$ Дж/г, а удельная теплоёмкость $c_{\text{л}} = 2{,}1$ Дж/г·K.

**Решение:**

Из условия теплового баланса:

$$c_{\text{в}} m_{\text{в}} (T_{\text{в}} - T_0) + \lambda m = c_{\text{л}} m_{\text{л}} (T_0 - T_{\text{л}}), \qquad \textbf{(4 б.)}$$

где $T_0 = 0$°C — температура плавления льда, находим начальную температуру льда:

$$T_л = T_0 - \frac{c_в m_в (T_в - T_0) + \lambda m}{c_л m_л}. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Подставляя числовые значения параметров, получаем

**ответ:** $$T_л = -50{,}34°\text{C}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

**3**. Два велосипедиста движутся по прямой дороге с постоянными скоростями. В 13 часов расстояние между ними было 15 км, в 15 — 9 км, а в 16 — 21 км. Во сколько часов они встретились?

**Решение:**

Относительная скорость велосипедистов равна:

$$v_1 = \frac{15\,\text{км} + 9\,\text{км}}{2\,\text{ч}} = 12\,\text{км/ч},$$

если они встретились в промежутке между 13-ю и 15-ю часами, либо

$$v_2 = \frac{15\,\text{км} - 9\,\text{км}}{2\,\text{ч}} = 3\,\text{км/ч}$$

в противном случае.

В 16 часов расстояние между пешеходами равно:

в случае 1 — $9\,\text{км} + 12\,\text{км/ч} \cdot 1\,\text{ч} = 21\,\text{км}$,

а в случае 2 — $|9\,\text{км} - 3\,\text{км/ч} \cdot 1\,\text{ч}| = 6\,\text{км}$.

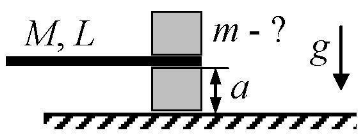
Таким образом, только случай 1 удовлетворяет условию задачи. **(5 б.)**

Время встречи в этом случае равно:

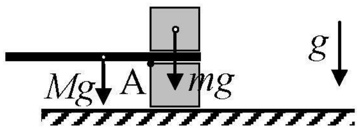
$$t = 13\,\text{ч} + \frac{15\,\text{км}}{12\,\text{км/ч}}. \qquad \textbf{(3 б.)}$$

**Ответ**: $$t = 14\,\text{ч}\,15\,\text{мин}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

**4**. Между двумя одинаковыми кубиками с длиной ребра $a$, стоящими точно друг над другом, вдвинута тонкая пластинка длиной $L$ ($L > 2a$) и массой $M$. Один из концов пластинки находится вровень с краями кубиков (см. рисунок). При какой минимальной массе $m$ кубика возможно такое равновесие?



**Решение.**




Система будет находиться в равновесии, если момент силы тяжести пластинки относительно точки A (левый верхний угол нижнего кубика) не превысит момента силы тяжести верхнего кубика относительно той же точки. **(3 б.)**

Поэтому,

$$Mg \cdot \left( \frac{L}{2} - a \right) \leq mg \cdot \frac{a}{2}.$$ **(3 б.)**

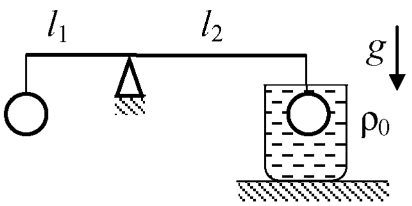
Отсюда следует:

$$m \geq M \cdot \frac{L - 2a}{a}.$$ **(2 б.)**

**Ответ:** $$m_{\min} = M \cdot \frac{L - 2a}{a}.$$ **(2 б.)**

# Открытая межвузовская олимпиада школьников СФО
# «Будущее Сибири»
# I (отборочный) этап, 2013–2014 учебный год
# Физика   9 класс, вариант 1

**1**. Два одинаковых шарика подвешены к невесомым разноплечим рычажным весам. Правый шарик полностью погружён в жидкость. Весы находятся в равновесии. Определите плотность материала шарика, если плотность жидкости равна $\rho_0$, а длины левого и правого плеч весов равны соответственно $l_1$ и $l_2$.




**Решение:**

К левому плечу весов приложена сила, равная силе тяжести, действующей на шарик:

$$F_1 = \rho V g, \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

где $V$ — объём шарика, $\rho$ — искомая плотность.

К правому плечу весов приложена сила, равная сумме силы тяжести и выталкивающей силы Архимеда.

$$F_2 = \rho V g - \rho_0 V g \qquad (2) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Запишем условие равновесия весов:

$$F_1 \cdot l_1 = F_2 \cdot l_2 \qquad (3) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Решая систему уравнений (1-3), найдём

**ответ**: $$\rho = \frac{l_2}{l_2 - l_1}\rho_0. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

**2**. Два пешехода движутся по прямой дороге с постоянными скоростями. В 9 часов расстояние между ними было 3 км, в 10 — 1 км, а в $10^{\underline{30}}$ — 3 км. Во сколько часов они встретились?

**Решение:**

Относительная скорость пешеходов равна:

$$v_1 = \frac{3\text{км} + 1\text{км}}{1\text{ч}} = 4\,\text{км/ч},$$

если они встретились в промежутке между 9-ю и 10-ю часами, либо

$$v_2 = \frac{3\text{км} - 1\text{км}}{1\text{ч}} = 2\text{км/ч}$$

в противном случае.

В $10^{\underline{30}}$ расстояние между пешеходами равно:

в случае 1 — $1\text{км}+4\text{км/ч}\cdot 0{,}5\text{ч} = 3\text{км}$,

а в случае 2 — $\left|1\text{км-}2\text{км/ч}\cdot 0{,}5\text{ч}\right| = 0\text{км}$.

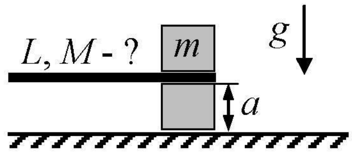
Таким образом, только случай 1 удовлетворяет условию задачи. **(5 б.)**

Время встречи в этом случае равно:

$$t = 9\text{ч} + \frac{3\text{км}}{4\text{км/ч}}.$$ **(3 б.)**

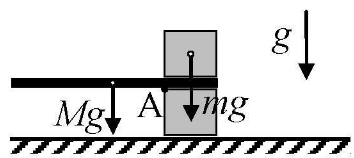
**Ответ**: $t = 9\text{ч}45\text{мин}$. **(2 б.)**

**3**. Между двумя одинаковыми кубиками с длиной ребра $a$ и массой $m$, стоящими точно друг над другом, вдвинута тонкая пластинка длиной $L$ ($L > 2a$). Один из концов пластинки находится вровень с краями кубиков (см. рисунок). При какой максимальной массе $M$ пластинки возможно такое равновесие?




**Решение.**

Система будет находиться в равновесии, если момент силы тяжести пластинки относительно точки A (левый верхний угол нижнего кубика) не превысит момента силы тяжести верхнего кубика относительно той же точки. **(3 б.)**




Поэтому,

$$Mg \cdot \left(\frac{L}{2} - a\right) \le mg \cdot \frac{a}{2}.$$ **(3 б.)**

Отсюда следует:

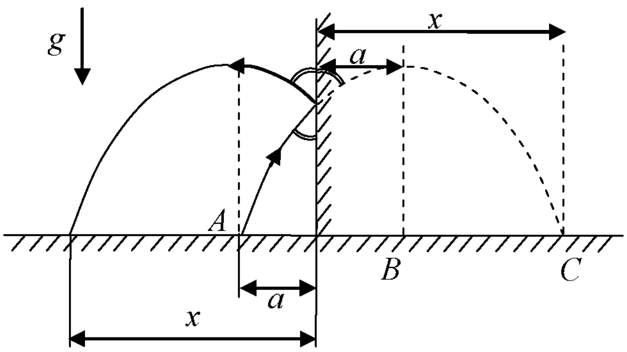
$$M \le m \cdot \frac{a}{L - 2a}.$$ **(2 б.)**

**Ответ:** $M_{\max} = m \cdot \dfrac{a}{L - 2a}$. **(2 б.)**

**4**. Мальчик бросил мяч на стену спортзала, удалённую от него на 5 метров. Мяч упруго отскочил от стены и упал на пол позади него. На каком расстоянии от стены упал мяч, если высшую точку своей траектории он прошёл над головой мальчика? Ростом мальчика можно пренебречь.

**Решение.**

Обозначим начальное расстояние до стены буквой $a$ ($a = 5$ м), а искомое расстояние до стены в конечной точке — буквой $x$.




Траектория мяча после упругого отражения от стены является зеркальным отражением траектории, по которой летел бы мяч в отсутствие стены (см. рис.). **(4 б.)**

Проекция наивысшей точки траектории на горизонтальную ось, по условию, совпадает с начальной точкой A траектории. Зеркально симметричная ей точка B соответствует наивысшей точке зеркально отражённой траектории и находится на расстоянии $|AB| = 2a$ от начальной. Конечная же точка этой траектории C лежит на расстоянии $|AC| = x+a$ от начальной. Наивысшая точка, как известно, делит траекторию пополам, поэтому

$$2a = \frac{x+a}{2}.$$ **(4 б.)**

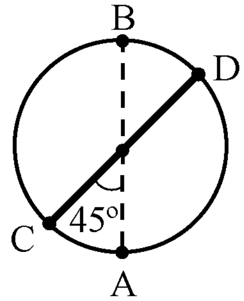
Отсюда находим

**ответ:** $x = 3a = 15\text{ м}$. **(2 б.)**

**Открытая межвузовская олимпиада школьников СФО «Будущее Сибири»**

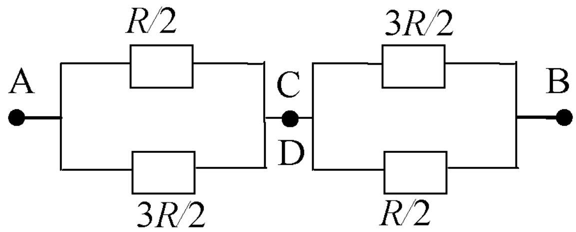
**I (отборочный) этап, 2013–2014 учебный год**

**Физика 10 класс, вариант 1**




**1**. Сопротивление между точками A и B, лежащими на диаметре окружности из однородной проволоки, равно $R$. Каким станет это сопротивление, если точки C и D, также лежащие на диаметре окружности, соединить перемычкой с бесконечно малым сопротивлением? Угол между отрезками AB и CD равен 45°.

**Решение.**




Исходное сопротивление $R$ между точками A и B состоит из двух одинаковых параллельно соединённых сопротивлений полуокружностей ACB и ADB. Поэтому, сопротивление каждой полуокружности равно $2R$. Поскольку проволока однородна, сопротивление дуг окружностей AC, BD, AD и BC равны соответственно:

$$R_{AC} = R_{BD} = 2R \cdot \frac{45°}{180°} = \frac{1}{2}R. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

$$R_{AD} = R_{BC} = 2R \cdot \frac{135°}{180°} = \frac{3}{2}R. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

После соединения точек C и D перемычкой эквивалентная электрическая схема принимает вид, изображенный на рисунке. Сопротивление между точками A и B этой схемы равно

$$R_{AB} = 2\frac{R_{AC} \cdot R_{AD}}{R_{AC} + R_{AD}}. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Подставив сюда найденные выше выражения для $R_{AC}$ и $R_{AD}$, получим

**ответ**: $$R_{AB} = \frac{3}{4}R. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

**2**. Максимальная масса, которую Ворона может поднять в воздух, составляет $m_1 = 0{,}5$ кг. Вороне где-то бог послал кусочек сыру массой $m_2 = 0{,}25$ кг в то время, когда она находилась на земле. Найдите минимальное время, через которое Ворона сможет им позавтракать, если для этого ей необходимо взгромоздиться на ель высотой $h$ = 15 м. Считать, что Ворона машет крыльями в полную силу. Временем торможения пренебречь. Масса Вороны $m_3$ = 0,5 кг. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с$^2$.

**Решение:**

Так как максимальная масса, которую может поднять Ворона, равна $m_1$, то подъёмная сила Вороны равна:

$$F_B = m_1 g + m_3 g. \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Запишем второй закон Ньютона для Вороны, которая держит кусок сыра массой $m_2$ и движется вверх:

$$(m_1 + m_2)a = F_B - (m_1 + m_2)g, \qquad (2) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

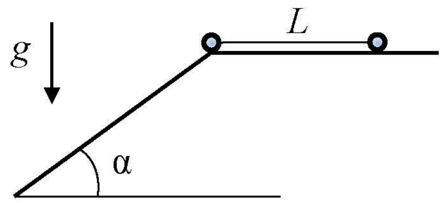
где $a$ — ускорение Вороны с куском сыра, а $g$ — ускорение свободного падения. Время, за которое Ворона доберётся до вершины ели, двигаясь с этим ускорением, равно:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}}. \qquad (3) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Подставим (1) в (2) и выразим $a$. Далее, подставив полученное выражение для $a$ в (3), найдём

**ответ**: $$t = \sqrt{\frac{2h}{g} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_3 - m_2}} = 3\text{с}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

**3**. Две бусинки связаны нерастяжимой ниткой длины $L$. Вначале нить натянута, правая бусинка лежит на горизонтальной поверхности, а левая — на самой границе между горизонтальной и длинной наклонной поверхностями. Угол между горизонталью и наклонной поверхностью равен α. Когда связку бусинок отпускают, она приходит в движение. Через какое время после этого правая бусинка соскользнёт с горизонтальной поверхности? Ускорение свободного падения равно $g$. Трением пренебречь.




**Решение.** Пусть $T$ — сила натяжения нити. Тогда для левой бусинки

$$ma = mg\sin\alpha - T, \qquad \textbf{(2 б.)}$$

и правой

$$ma = T, \qquad \textbf{(2 б.)}$$

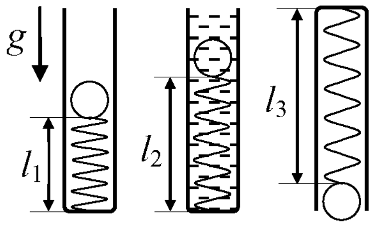
откуда

$$a = (g/2)\sin\alpha. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Правая бусинка пройдет путь $L$:

$$\frac{at^2}{2} = L. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

**Ответ:** $$t = 2\sqrt{\frac{L}{g\sin\alpha}}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$




**4**. Один конец пружины прикрепили ко дну вертикальной стеклянной колбы, а на другой конец прикрепили шарик. Длина пружины оказалась равной $l_1$. Затем в колбу налили жидкость так, что шарик оказался полностью погружён. Длина пружины при этом стала равной $l_2$. Наконец, жидкость вылили, перевернув колбу. В новом положении равновесия длина пружины составила $l_3$. Определите плотность материала шарика, если плотность жидкости равна $\rho_0$.

**Решение:**

Сила натяжения пружины в случаях 1 и 2 отличается на силу Архимеда, равную $\rho_0 Vg$, где $V$ — объём шарика. С учётом закона Гука это означает, что:

$$k(l_2 - l_1) = \rho_0 Vg, \qquad (1) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

где $k$ — жёсткость пружины.

В случаях 1 и 3 силы натяжения пружины отличаются на удвоенный вес шарика, равный $\rho Vg$:

$$k(l_3 - l_1) = 2\rho Vg. \qquad (2) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Разделив (2) на (1), получим

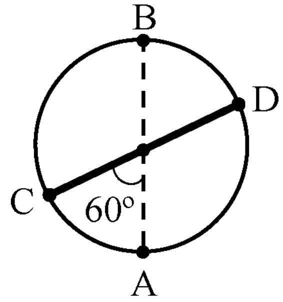
**ответ**: $$\rho = \frac{1}{2}\frac{l_3 - l_1}{l_2 - l_1}\rho_0. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

## Открытая межвузовская олимпиада школьников СФО «Будущее Сибири»

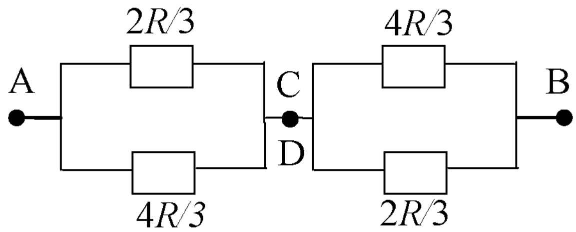
## I (отборочный) этап, 2013–2014 учебный год

## Физика 11 класс, вариант 1

**1**. Сопротивление между точками A и B, лежащими на диаметре окружности из однородной проволоки, равно $R$. Каким станет это сопротивление, если точки C и D, также лежащие на диаметре окружности, соединить перемычкой с бесконечно малым сопротивлением? Угол между отрезками AB и CD равен 60°.




**Решение.**




Исходное сопротивление $R$ между точками A и B состоит из двух одинаковых параллельно соединённых сопротивлений полуокружностей ACB и ADB. Поэтому, сопротивление каждой полуокружности равно $2R$. Поскольку проволока однородна, сопротивление дуг окружностей AC, BD, AD и BC равны соответственно:

$$R_{\mathrm{AC}} = R_{\mathrm{BD}} = 2R \cdot \frac{60^\circ}{180^\circ} = \frac{2}{3}R. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

$$R_{\mathrm{AD}} = R_{\mathrm{BC}} = 2R \cdot \frac{120^\circ}{180^\circ} = \frac{4}{3}R. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

После соединения точек C и D перемычкой эквивалентная электрическая схема принимает вид, изображенный на рисунке. Сопротивление между точками A и B этой схемы равно

$$R_{\mathrm{AB}} = 2\frac{R_{\mathrm{AC}} \cdot R_{\mathrm{AD}}}{R_{\mathrm{AC}} + R_{\mathrm{AD}}}. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Подставив сюда найденные выше выражения для $R_{\mathrm{AC}}$ и $R_{\mathrm{AD}}$, получим

**ответ**: $$R_{\mathrm{AB}} = \frac{8}{9}R. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

**2**. Максимальная масса, которую Ворона может поднять в воздух, составляет $m_1 = 0{,}5$ кг. Вороне где-то бог послал кусочек сыру массой $m_2 = 0{,}25$ кг в то время, когда она находилась на земле. Найдите минимальное время, через которое Ворона сможет им позавтракать, если для этого ей необходимо взгромоздиться на ель высотой $h$ = 15 м. Считать, что Ворона машет крыльями в полную силу. Временем торможения пренебречь. Масса Вороны $m_3 = 0{,}5$ кг. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с$^2$.

**Решение:**

Так как максимальная масса, которую может поднять Ворона, равна $m_1$, то подъёмная сила Вороны равна:

$$F_B = m_1 g + m_3 g. \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Запишем второй закон Ньютона для Вороны, которая держит кусок сыра массой $m_2$ и движется вверх:

$$(m_1 + m_2)a = F_B - (m_1 + m_2)g, \qquad (2) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

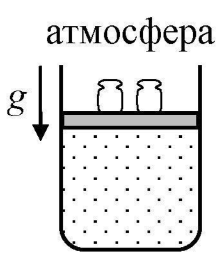
где $a$ — ускорение Вороны с куском сыра, а $g$ — ускорение свободного падения. Время, за которое Ворона доберётся до вершины ели, двигаясь с этим ускорением, равно:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}}. \qquad (3) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Подставим (1) в (2) и выразим $a$. Далее, подставив полученное выражение для $a$ в (3), найдём:

**ответ**: $$t = \sqrt{\frac{2h}{g} \cdot \frac{m_1 + m_2}{m_3 - m_2}} = 3\,\text{с}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

**3**. Вертикальный цилиндрический сосуд закрыт поршнем, на котором лежат две одинаковые гири. Внутри и снаружи сосуда находится воздух. Если одну из гирь убрать, то объём под поршнем увеличится в 1,5 раза. Во сколько раз изменится объём под поршнем, если к двум гирям добавить ещё одну такую же? Трения нет. Температуру воздуха считать постоянной.




**Решение:**

В равновесии сила, действующая на поршень, равна нулю. Запишем равенство сил, действующих на поршень в случае, когда на поршне находится 1, 2 и 3 грузика соответственно:

$$P_0S + mg = P_1S \qquad (1) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

$$P_0S + 2mg = P_2S \qquad (2) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

$$P_0S + 3mg = P_3S \qquad (3) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Здесь $P_0$ — атмосферное давление, $m$ — масса одной гири, $S$ — площадь поршня. При изотермическом процессе произведение давления на объём остаётся постоянным:

$$P_1V_1 = P_2V_2 = P_3V_3 \qquad (4) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Вычитая (1) из (2) и (2) из (3), и сравнивая полученные выражения, получим:

$$P_1 - P_2 = P_2 - P_3 \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Разделив обе части полученного выражения на $P_2$, получим:

$$\frac{P_1}{P_2} + \frac{P_3}{P_2} = 2$$

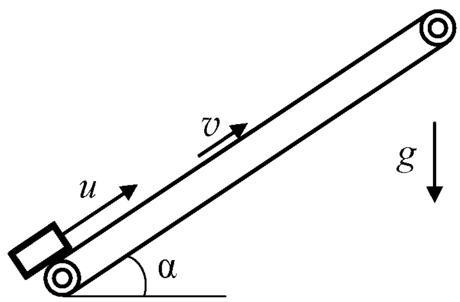
Учитывая равенство (4), можно переписать полученное выражение в виде:

$$\frac{V_2}{V_1} + \frac{V_2}{V_3} = 2 \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Выражая отсюда искомое отношение $V_3 / V_2$ через данное по условию отношение $V_1 / V_2$, найдём

**ответ**: $$\frac{V_3}{V_2} = \frac{1}{2 - V_2 / V_1} = \frac{3}{4}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

**4**. Груз запустили вдоль длинного транспортёра со скоростью $u$. На какую максимальную высоту $H$ груз поднимется, если угол между лентой транспортёра и горизонталью равен $\alpha$, коэффициент трения $\mu$ ($\mu < \mathrm{tg}\alpha$)? Известно, что скорость ленты $v < u$.




**Решение:**

Вначале сила трения, равная $F_{\text{тр}} = mN = \mu mg\cos\alpha$, направлена против движения транспортера. При этом ускорение тела равно

$$a_1 = g(-\sin\alpha - \mu\cos\alpha) < 0. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

После того, как скорость тела уменьшится до скорости транспортера $v$, сила трения изменит знак. Ускорение станет равным

$$a_2 = g(-\sin\alpha + \mu\cos\alpha) < 0. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

По законам равноускоренного движения тело на первом этапе движения пройдет путь

$$L_1 = \frac{u^2 - v^2}{2g\left(\sin\alpha + \mu\cos\alpha\right)}, \qquad \textbf{(2 б.)}$$

а на втором

$$L_2 = \frac{v^2}{2g\left(\sin\alpha - \mu\cos\alpha\right)}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

**Ответ:** $$H = \left(L_1 + L_2\right)\sin\alpha = \frac{1}{2g}\left[\frac{u^2 - v^2}{1 + \mu\,\mathrm{ctg}\alpha} + \frac{v^2}{1 - \mu\,\mathrm{ctg}\alpha}\right]. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

**Открытая межвузовская олимпиада школьников СФО «Будущее Сибири»**
**II (заключительный) этап, 2013–2014 учебный год**
**Физика 8 класс**

1. На зимних Олимпийских играх в Сочи 30 лыжников бежали индивидуальную гонку с раздельным стартом: каждый последующий участник стартовал на 30 секунд позже предыдущего. При этом продолжительность финиша (то есть промежуток времени между первым и последним пересечениями финишной черты) составила 5 минут. Первым к финишу пришёл спортсмен, стартовавший последним, а последним пришёл спортсмен, стартовавший первым. Какой была бы продолжительность финиша, если бы лыжники стартовали в обратном порядке с теми же интервалами и пробежали дистанцию с теми же результатами?

2. Цилиндрический деревянный стакан высотой $H$ = 8 см до краёв наполненный водой плавает в воде. Масса пустого стакана $m_0$ = 80 г, масса налитой в него воды $m$ = 200 г. Найти, на какую глубину погружен стакан. Плотность воды в 1,5 раза больше плотности дерева.

3. Для заполнения пустого пруда водой сток воды из пруда уменьшили в 4 раза. В результате за 16 суток пруд заполнился на 2/3 части своего объёма. Чтобы ускорить заполнение, сток воды перекрыли полностью. Через сколько суток после этого пруд будет полным?

4. В пустой калориметр поместили очень холодный кусок льда и налили стакан кипятка ($T_к$ = 100 °C). При этом весь кипяток превратился в лёд с установившейся температурой $T_0$ = 0 °C. Когда в калориметр налили ещё 8 таких же стаканов кипятка, весь лёд превратился в воду с установившейся температурой $T_0$ = 0 °C. Найти начальную температуру льда. Теплоёмкость воды $c_в$ = 4,2 кДж/(кг·°C), теплоёмкость льда $c_л$ = 2,1 кДж/(кг·°C), теплота плавления льда λ = 336 кДж/кг.

**Внимание!** Задача считается решённой, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

**Желаем успехов!**

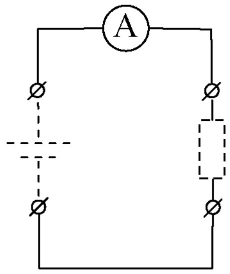
**Открытая межвузовская олимпиада школьников СФО «Будущее Сибири»**
**II (заключительный) этап, 2013–2014 учебный год**
**Физика 9 класс**

1. На зимних Олимпийских играх в Сочи на соревнованиях по конькобежному спорту на дистанции 10 км спортсмен из России финишировал первым с результатом 13 мин. Одновременно с ним на финише оказался другой спортсмен, который отстал от лидера на круг. Определите, насколько позже лидера гонки пришёл к финишу отставший спортсмен, если известно, что последний круг он пробежал с такой же средней скоростью, как и всю дистанцию, а длина круга 400 м.

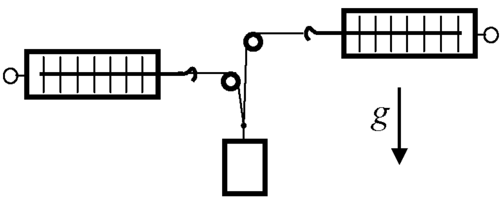
2. Цилиндрический деревянный стакан высотой $H = 8$ см до краёв наполненный водой плавает в воде. Масса пустого стакана $m_0 = 80$ г, масса налитой в него воды $m = 200$ г. Найти, на какую глубину погружен стакан. Плотность воды в 1,5 раза больше плотности дерева.

3. В представленную на рисунке схему включали в различных комбинациях идеальные источники напряжения $E_1$ и $E_2$ (слева) и сопротивления $R_1$ и $R_2$ (справа) и измеряли ток в цепи. Результаты измерений тока в амперах занесли в таблицу. Найдите недостающее число в таблице.

| | $E_1$ | $E_2$ |
|---|---|---|
| $R_1$ | 1 | 2 |
| $R_2$ | 3 | ? |




4. Имеется два динамометра, пружины которых имеют вдвое различающиеся коэффициенты жесткости. Динамометры закреплены, к их концам привязаны нити, которые перекинуты через неподвижные блоки (см. рисунок). Концы нитей связаны, и к узлу подвешен груз. При этом динамометр с более жесткой пружиной показывает $F_1 = 1$ Н, а другой показывает $F_2 = 3{,}5$ Н. Какими будут показания динамометров, если массу груза увеличить вдвое? Динамометры исправны, трением пренебречь.




5. В скафандр космического пирата вмонтирован реактивный двигатель с управляемым углом тяги. Находясь на поверхности Луны, он заметил погоню и включил двигатель. На каком максимальном расстоянии от начального положения он сможет оказаться за время $t$ работы двигателя, оптимальным образом выбрав направление тяги двигателя? Каким при этом должно быть направление его полёта: вертикальным, горизонтальным или под иным определённым углом к горизонту? Масса экипированного пирата $m$, сила тяги двигателя $F$, ускорение свободного падения на Луне $g_л$ ($F > mg_л$). Изменением массы можно пренебречь. Расстояние, которое пролетел пират, считать малым по сравнению с размером Луны.

**Внимание!** Задача считается решённой, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

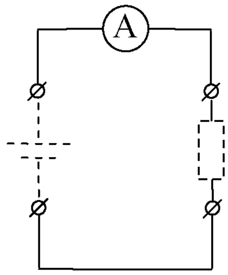
**Желаем успехов!**

**Открытая межвузовская олимпиада школьников СФО «Будущее Сибири»**
**II (заключительный) этап, 2013–2014 учебный год**
**Физика 10 класс**

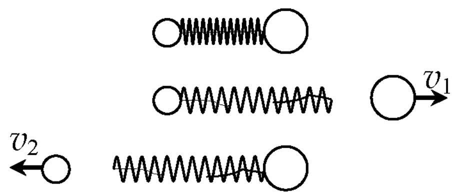
1. На зимних Олимпийских играх в Сочи на соревнованиях по конькобежному спорту на дистанции 10 км спортсмен из России финишировал первым с результатом 13 мин. Одновременно с ним на финише оказался другой спортсмен, который отстал от лидера на круг. Определите, насколько позже лидера гонки пришёл к финишу отставший спортсмен, если известно, что последний круг он пробежал с такой же средней скоростью, как и всю дистанцию, а длина круга 400 м.

2. В представленную на рисунке схему включали в различных комбинациях идеальные источники напряжения $E_1$ и $E_2$ (слева) и сопротивления $R_1$ и $R_2$ (справа) и измеряли ток в цепи. Результаты измерений тока в амперах занесли в таблицу. Найдите недостающее число в таблице.

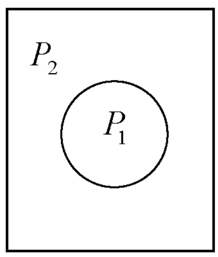
| | $E_1$ | $E_2$ |
|---|---|---|
| $R_1$ | 2 | 6 |
| $R_2$ | 3 | ? |



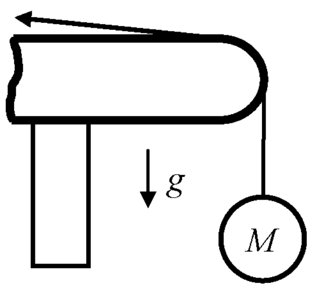

3. Пружина удерживается в сжатом состоянии с помощью прочной нити. На концах пружины находятся два разных шарика. Известно, что если зафиксировать левый шарик и пережечь нить, то правый шарик полетит со скоростью $v_1$, а если, наоборот, зафиксировать правый шарик и пережечь нить, то левый шарик полетит со скоростью $v_2$. С какими скоростями полетят эти же шарики, если ни один из шариков не фиксировать? Пружина во всех трёх случаях сжата одинаково.




4. Надутый шарик находится внутри замкнутого сосуда, занимая четвёртую часть объёма сосуда. При этом давление газа внутри шарика равно $P_1$, а снаружи — $P_2$. Систему медленно нагревают. При некоторой критической температуре, когда объём шарика увеличился вдвое по сравнению с первоначальным, а разность давлений газа внутри и снаружи шарика стала равной $\Delta P$, шарик лопнул. В дальнейшем температура газа в сосуде поддерживается равной критической. Определите установившееся давление газа в сосуде. Объёмом оболочки шарика пренебречь.




5. Край стола имеет закругление радиуса $r$ (см. рисунок). С края стола свисает легкая нить, к которой привязан шар радиуса $R$ и массы $M$. За нить, под малым углом к поверхности стола, шар медленно вытягивают на стол. Какое максимальное значение будет у натяжения нити в процессе вытаскивания? Трением пренебречь.



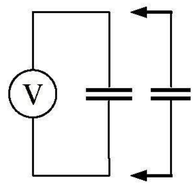

**Внимание!** Задача считается решённой, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

**Желаем успехов!**

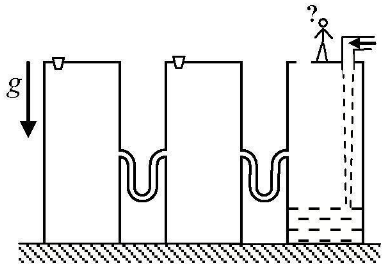
# Открытая межвузовская олимпиада школьников СФО «Будущее Сибири»
# II (заключительный) этап, 2013–2014 учебный год
# Физика 11 класс

1. На зимних Олимпийских играх в Сочи 30 лыжников бежали индивидуальную гонку с раздельным стартом: каждый последующий участник стартовал на 30 секунд позже предыдущего. При этом продолжительность финиша (то есть промежуток времени между первым и последним пересечениями финишной черты) составила 5 минут. Первым к финишу пришёл спортсмен, стартовавший последним, а последним пришёл спортсмен, стартовавший первым. Какой была бы продолжительность финиша, если бы лыжники стартовали в обратном порядке с теми же интервалами и пробежали дистанцию с теми же результатами?

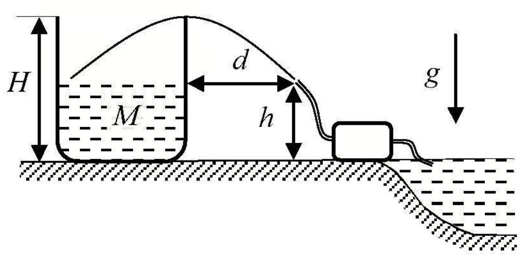
2. Схема состоит из параллельно соединённых заряженного конденсатора и идеального вольтметра. Вольтметр показывает 9 В. Параллельно к этой схеме присоединили незаряженный конденсатор другой ёмкости, и вольтметр показал 6 В. Затем этот конденсатор отсоединили от схемы, полностью разрядили и опять присоединили параллельно к схеме. Какое напряжение при этом покажет вольтметр?




3. Три одинаковые вертикально стоящие замкнутые цилиндрические цистерны соединены последовательно гибкими шлангами на середине высоты и снабжены клапанами для выпуска воздуха. Рабочий начал медленно подавать воду в крайнюю правую цистерну, предварительно открыв её воздушный клапан. Клапаны двух других цистерн остались закрытыми, так что воздух из них не выходил. К моменту, когда крайняя правая цистерна оказалась полностью наполненной, левая оказалась наполненной на 3/11 своего объёма. Какая доля объёма средней цистерны заполнилась водой? Объёмом соединительных шлангов пренебречь.

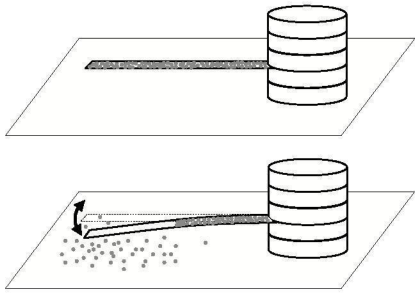



4. Электрический насос качает воду из озера. Тонкая струя воды из открытого конца шланга, расположенного на высоте $h$, направлена в бочку высоты $H$. Расстояние между концом шланга и бочкой по горизонтали равно $d$. Сколько электроэнергии нужно затратить, чтобы накачать в бочку количество воды массой $M$? Считать, что верхняя точка струи находится непосредственно над краем бочки. Ускорение свободного падения равно $g$. КПД насоса считать равным 1, трением воды о шланг и сопротивлением воздуха пренебречь.




5. **Задача-оценка.** Оцените скорость вылета стрелы из спортивного лука, тетива которого натягивается рукой. *Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.*

6. **Задача-демонстрация** (демонстрируется видеоролик). Один конец упругой металлической линейки зажат между тяжёлыми грузами, другой — свободный. Сверху на линейку равномерно по всей её длине насыпана гречневая крупа. Свободный конец линейки отгибают вниз и затем отпускают. Часть крупы слетает с линейки. Однако при этом возникает граница, левее которой почти вся крупа слетела, а правее — осталась на месте. Объясните наблюдаемое явление.



**Внимание!** Задача считается решённой, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

## Желаем успехов!

**Решения задач по физике**
**открытой межвузовской олимпиады школьников СФО «Будущее Сибири»**
**II (заключительный) этап, 2013–2014 учебный год**

**Каждая правильно решенная задача оценивается в 10 баллов.**

## Физика 8 класс

**1**. На зимних Олимпийских играх в Сочи 30 лыжников бежали индивидуальную гонку с раздельным стартом: каждый последующий участник стартовал на 30 секунд позже предыдущего. При этом продолжительность финиша (то есть промежуток времени между первым и последним пересечениями финишной черты) составила 5 минут. Первым к финишу пришёл спортсмен, стартовавший последним, а последним пришёл спортсмен, стартовавший первым. Какой была бы продолжительность финиша, если бы лыжники стартовали в обратном порядке с теми же интервалами и пробежали дистанцию с теми же результатами?

**Решение.**

Пронумеруем спортсменов в том порядке, в котором они стартовали на Олимпиаде. Из условия задачи ясно, что первый спортсмен является самым медленным, а тридцатый — самым быстрым. Отсюда следует, что продолжительность финиша определяется именно этими спортсменами, в том числе и если бы они стартовали в обратном порядке. Если бы спортсмены стартовали одновременно, то продолжительность финиша определялась бы разностью времён прохождения дистанции первым и тридцатым спортсменами $\Delta t$. Поскольку спортсмены стартовали с интервалом 0,5 мин., то продолжительность старта $\Delta t_{\text{с}} = (30-1)\cdot 0,5 = 14,5\,\text{мин}$, а продолжительность финиша:

$$\Delta t_{\text{ф}} = \Delta t - \Delta t_{\text{с}}.$$

Если бы спортсмены стартовали в обратном порядке, то вместо последнего выражения было бы:

$$\Delta t'_{\text{ф}} = \Delta t - \Delta t_{\text{с}}.$$

Из этих двух выражений находим

$$\Delta t'_{\text{ф}} = \Delta t_{\text{ф}} + 2\Delta t_{\text{с}} = 34\,\text{мин}.$$

**Ответ:** $\Delta t'_{\text{ф}} = 34\,\text{мин}$. **(10 б.)***

*<u>Примечание</u>: *допустимы разные рассуждения, приводящие к правильному ответу. Необходимо оценить их последовательность и логичность. В случае неправильного подсчёта времени старта оценку снизить на 1 балл.*

**2**. Цилиндрический деревянный стакан высотой $H = 8$ см, до краёв наполненный водой, плавает в воде. Масса пустого стакана $m_0 = 80$ г, масса налитой в него воды $m = 200$ г. Найти, на какую глубину погружен стакан. Плотность воды в 1,5 раза больше плотности дерева.

**Решение.**

Введём следующие обозначения: $S$ — площадь сечения стакана, $h$ — глубина погружения стакана в воду, $\rho_в$ и $\rho_д$ — плотности воды и дерева. На стакан действуют сила тяжести $(m_0 + m)g$, направленная вниз, и сила Архимеда, направленная вверх и равная весу вытесненной жидкости $\rho_в(Sh)g$. Поскольку стакан находится в равновесии,

$$\rho_в(Sh)g = (m_0 + m)g. \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Объём стакана вместе с водой $SH$ состоит из объёма самого стакана $m_0/\rho_д$ и объёма налитой в него воды $m/\rho_в$:

$$SH = \frac{m_0}{\rho_д} + \frac{m}{\rho_в}. \qquad (2) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Исключим из уравнений (1) и (2) неизвестную величину $S$, разделив (1) на (2) и сократив $g$:

$$\frac{\rho_в h}{H} = \frac{m_0 + m}{\dfrac{m_0}{\rho_д} + \dfrac{m}{\rho_в}},$$

и перенесём $\rho_в$ и $H$ в правую часть:

$$h = \frac{m_0 + m}{\dfrac{\rho_в}{\rho_д} m_0 + m} H. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставив числовые значения, получим

**ответ:** 7 см. **(2 б.)**

**3**. Для заполнения пустого пруда водой сток воды из пруда уменьшили в 4 раза. В результате за 16 суток пруд заполнился на 2/3 части своего объёма. Чтобы ускорить заполнение, сток воды перекрыли полностью. Через сколько суток после этого пруд будет полным?

**Решение:**

Пусть объём пруда равен $V$, а объём воды, поступающей в пруд за сутки (поток воды) равен Ф. Если пруд оставался пустым, то точно такой же поток воды Ф вытекал из пруда. По условию, сток уменьшили в 4 раза и пруд заполнился на 2/3 объёма за $t = 16$ суток:

$$\left(\Phi - \frac{1}{4}\Phi\right)t = \frac{2}{3}V. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

После того, как сток полностью перекрыли оставшаяся часть пруда заполнится за время $t'$:

$$\Phi t' = \left(V - \frac{2}{3}V\right). \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Разделив это уравнение на предыдущее, получим:

$$\frac{t'}{3/4t} = \frac{1/3}{2/3}$$

и найдём:

$$t' = \frac{3}{8}t.$$

Подставив $t$ = 16 суток, найдём

**ответ**: $t' = 6$ суток. **(2 б.)**

**4**. В пустой калориметр поместили очень холодный кусок льда и налили стакан кипятка ($T_к$ = 100 °C). При этом весь кипяток превратился в лёд с установившейся температурой $T_0$ = 0 °C. Когда в калориметр налили ещё 8 таких же стаканов кипятка, весь лёд превратился в воду с установившейся температурой $T_0$ = 0 °C. Найти начальную температуру льда. Теплоёмкость воды $c_в$ = 4,2 кДж/(кг·°C), теплоёмкость льда $c_л$ = 2,1 кДж/(кг·°C), теплота плавления льда λ = 336 кДж/кг.

**Решение.**

Обозначим массу куска льда — $m_л$, массу воды в стакане — $m_в$, а начальную температуру льда — $T_л$. Запишем уравнение теплового баланса для случая, когда в калориметр поместили кусок льда и вылили стакан кипятка:

$$c_л m_л \left(T_0 - T_л\right) = \lambda m_в + c_в m_в \left(T_к - T_0\right). \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Теперь запишем уравнение теплового баланса для случая, когда в калориметр добавили ещё 8 стаканов кипятка:

$$\lambda\left(m_в + m_л\right) = c_в 8 m_в \left(T_к - T_0\right). \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Перепишем полученное выражение в виде:

$$\lambda m_л = m_в \left(8c_в\left(T_к - T_0\right) - \lambda\right). \qquad (2)$$

Разделим (1) на (2) и выразим $T_л$:

$$T_{\text{л}} = T_0 - \frac{\lambda}{c_{\text{л}}} \cdot \frac{c_{\text{в}}\left(T_{\text{к}} - T_0\right) + \lambda}{8c_{\text{в}}\left(T_{\text{к}} - T_0\right) - \lambda}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставив в предыдущее выражение численные значения, получим

**ответ:** $T_{\text{л}} = -40\ ^\circ\text{C}$. **(2 б.)**

## Физика 9 класс

**1**. На зимних Олимпийских играх в Сочи на соревнованиях по конькобежному спорту на дистанции 10 км спортсмен из России финишировал первым с результатом 13 мин. Одновременно с ним на финише оказался другой спортсмен, который отстал от лидера на круг. Определите, насколько позже лидера гонки пришёл к финишу отставший спортсмен, если известно, что последний круг он пробежал с такой же средней скоростью, как и всю дистанцию, а длина круга 400 м.

**Решение:**

Пусть $L$ — длина всей дистанции, $l$ — длина круга, $t$ — время, через которое оба спортсмена оказались на финише. Время, которое затратит отставший спортсмен на прохождение последнего круга равно:

$$\Delta t = \frac{l}{v}, \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

где $v$ — средняя скорость движения на последнем круге. Эта скорость по условию задачи равна средней скорости движения на всей дистанции, поэтому

$$v = \frac{L-l}{t}. \qquad (2) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставляя (2) в (1), получим:

$$\Delta t = \frac{l}{L-l}\cdot t. \qquad (3) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Подставляя сюда численные значения, окончательно получим

**ответ**: $\Delta t = 32{,}5\ \text{с}$. **(2 б.)**

**2**. Цилиндрический деревянный стакан высотой $H = 8$ см, до краёв наполненный водой, плавает в воде. Масса пустого стакана $m_0 = 80$ г, масса налитой в него воды $m = 200$ г. Найти, на какую глубину погружен стакан. Плотность воды в 1,5 раза больше плотности дерева.

**Решение.**

Введём следующие обозначения: $S$ — площадь сечения стакана, $h$ — глубина погружения стакана в воду, $\rho_в$ и $\rho_д$ — плотности воды и дерева. На стакан действуют сила тяжести $(m_0 + m)g$, направленная вниз, и сила Архимеда, направленная вверх и равная весу вытесненной жидкости $\rho_в(Sh)g$. Поскольку стакан находится в равновесии,

$$\rho_в (Sh) g = (m_0 + m) g. \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Объём стакана вместе с водой $SH$ состоит из объёма самого стакана $m_0/\rho_д$ и объёма налитой в него воды $m/\rho_в$ :

$$SH = \frac{m_0}{\rho_д} + \frac{m}{\rho_в}. \qquad (2) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Исключим из уравнений (1) и (2) неизвестную величину $S$, разделив (1) на (2) и сократив $g$:

$$\frac{\rho_в h}{H} = \frac{m_0 + m}{\dfrac{m_0}{\rho_д} + \dfrac{m}{\rho_в}},$$

и перенесём $\rho_в$ и $H$ в правую часть:

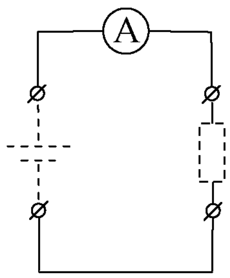
$$h = \frac{m_0 + m}{\dfrac{\rho_в}{\rho_д} m_0 + m} H. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставив числовые значения, получим

**ответ:** 7 см. **(2 б.)**

**3**. В представленную на рисунке схему включали в различных комбинациях идеальные источники напряжения $E_1$ и $E_2$ (слева) и сопротивления $R_1$ и $R_2$ (справа) и измеряли ток в цепи. Результаты измерений тока в амперах занесли в таблицу. Найдите недостающее число в таблице.

| | $E_1$ | $E_2$ |
|---|---|---|
| $R_1$ | 1 | 2 |
| $R_2$ | 3 | ? |




**Решение.**

Запишем закон Ома для всех комбинаций идеальных источников напряжения и сопротивлений:

$$I_{11} = \frac{E_1}{R_1}. \qquad (1) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

$$I_{21} = \frac{E_2}{R_1}. \qquad (2) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

$$I_{12} = \frac{E_1}{R_2}. \qquad (3) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

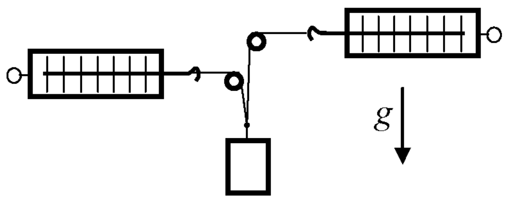
$$I_{22} = \frac{E_2}{R_2}. \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Видно, что последнее выражение можно получить, используя выражения (1), (2) и (3):

$$I_{22} = \frac{I_{12} I_{21}}{I_{11}}.$$ **(4 б.)**

Подставляя в это выражение значения из таблицы, получим

**ответ:** $I_{22} = 6\,\text{А}$. **(2 б.)**




**4**. Имеется два динамометра, пружины которых имеют вдвое различающиеся коэффициенты жесткости. Динамометры закреплены, к их концам привязаны нити, которые перекинуты через неподвижные блоки (см. рисунок). Концы нитей связаны, и к узлу подвешен груз. При этом динамометр с более жесткой пружиной показывает $F_1$ = 1 Н, а другой показывает $F_2$ = 3,5 Н. Какими будут показания динамометров, если массу груза увеличить вдвое? Динамометры исправны, трением пренебречь.

**Решение:**

Обозначим жёсткость второй пружины $k$, тогда из условия задачи жёсткость первой пружины равна $2k$. После увеличения массы груза пружины растянулись дополнительно на одинаковую величину, которую мы обозначим буквой $x$. Тогда, по закону Гука:

$$F_1' = F_1 + (2k)x, \qquad (1)$$ **(2 б.)**

$$F_2' = F_2 + kx, \qquad (2)$$ **(2 б.)**

где $F_1'$, $F_2'$ — новые показания динамометров. Поскольку масса груза удвоилась

$$F_1' + F_2' = 2(F_1 + F_2).$$ **(2 б.)**

Подставим сюда (1) и (2) и выразим $x$:

$$x = \frac{F_1 + F_2}{3k}.$$

Подставив это выражение в (1) и (2), получим:

$$F_1' = F_1 + \frac{2}{3}(F_1 + F_2),$$ **(1 б.)**

$$F_2' = F_2 + \frac{1}{3}(F_1 + F_2).$$ **(1 б.)**

Подставляя сюда численные значения, получим:

**ответ**: $F_1' = 4\,\text{Н}$, $F_2' = 5\,\text{Н}$. **(2 б.)**

**5**. В скафандр космического пирата вмонтирован реактивный двигатель с управляемым углом тяги. Находясь на поверхности Луны, он заметил погоню и включил двигатель. На каком максимальном расстоянии от начального положения он сможет оказаться за время $t$ работы двигателя, оптимальным образом выбрав направление тяги двигателя? Каким при этом должно быть направление его полёта: вертикальным, горизонтальным или под иным определённым углом к горизонту? Масса экипированного пирата $m$, сила тяги двигателя $F$, ускорение свободного падения на Луне $g_л$ ($F > mg_л$). Изменением массы можно пренебречь. Расстояние, которое пролетел пират, считать малым по сравнению с размером Луны.

**Решение:**

Во время работы двигателя на пирата действует сила тяжести $m\vec{g}_л$ и сила тяги двигателя $\vec{F}$, направленная под оптимально выбранным углом к силе тяжести. Поэтому, пират будет лететь с ускорением

$$\vec{a} = \vec{g}_л + \frac{\vec{F}}{m}, \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

и пролетит расстояние

$$S = \frac{at^2}{2}, \qquad (2) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

которое будет тем большим, чем больше $a$.

Обозначим угол между $\vec{g}_л$ и $\vec{a}$ буквой α. Из (1) следует

$$\frac{F^2}{m^2} = \left(\vec{a} - \vec{g}_л\right)^2 = a^2 + g_л^2 - 2ag_л\cos\alpha .$$

Решая полученное квадратное уравнение, найдём:

$$a = g_л\cos\alpha \pm \sqrt{g_л^2\cos^2\alpha + \frac{F^2}{m^2} - g_л^2} . \qquad (3)$$

Знак «–» перед корнем не подходит, т.к. даёт отрицательное значение модуля $\vec{a}$. Из полученного выражения видно, что $a$ монотонно возрастает при убывании α. Однако α не может быть меньше π/2, т.к. такие углы соответствуют «полёту» под поверхность Луны. Таким образом, максимально возможное значение $a$ соответствует углу α = π/2,

т.е. пират должен лететь <u>**горизонтально**</u>. **(3 б.)**

При α = π/2 из (3) получим:

$$a = \sqrt{\frac{F^2}{m^2} - g_л^2}\ . \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставив это выражение в (2), получим

**ответ**: $$S = \frac{t^2}{2}\sqrt{\frac{F^2}{m^2} - g_л^2}\ . \qquad \textbf{(2 б.)}$$

*<u>Примечание:</u> *Если школьник доказал, что пират должен лететь горизонтально из других соображений (например с помощью геометрических построений), то это также оценивается в 3 балла.*

## Физика 10 класс

**1**. На зимних Олимпийских играх в Сочи на соревнованиях по конькобежному спорту на дистанции 10 км спортсмен из России финишировал первым с результатом 13 мин. Одновременно с ним на финише оказался другой спортсмен, который отстал от лидера на круг. Определите, насколько позже лидера гонки пришёл к финишу отставший спортсмен, если известно, что последний круг он пробежал с такой же средней скоростью, как и всю дистанцию, а длина круга 400 м.

**Решение:**

Пусть $L$ — длина всей дистанции, $l$ — длина круга, $t$ — время, через которое оба спортсмена оказались на финише. Время, которое затратит отставший спортсмен на прохождение последнего круга равно:

$$\Delta t = \frac{l}{v}, \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

где $v$ — средняя скорость движения на последнем круге. Эта скорость по условию задачи равна средней скорости движения на всей дистанции, поэтому

$$v = \frac{L-l}{t}. \qquad (2) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставляя (2) в (1), получим:

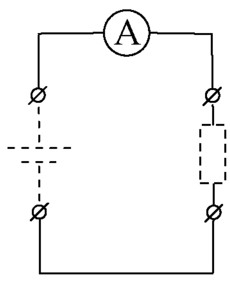
$$\Delta t = \frac{l}{L-l}\cdot t. \qquad (3) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Подставляя сюда численные значения, окончательно получим

**ответ**: $\Delta t = 32{,}5$ с. **(2 б.)**

**2**. В представленную на рисунке схему включали в различных комбинациях идеальные источники напряжения $E_1$ и $E_2$ (слева) и сопротивления $R_1$ и $R_2$ (справа) и измеряли ток в цепи. Результаты измерений тока в амперах занесли в таблицу. Найдите недостающее число в таблице.

| | $E_1$ | $E_2$ |
|---|---|---|
| $R_1$ | 2 | 6 |
| $R_2$ | 3 | ? |




**Решение.**

Запишем закон Ома для всех комбинаций идеальных источников напряжения и сопротивлений:

$$I_{11} = \frac{E_1}{R_1}. \qquad (1) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

$$I_{21} = \frac{E_2}{R_1}. \qquad (2) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

$$I_{12} = \frac{E_1}{R_2}. \qquad (3) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

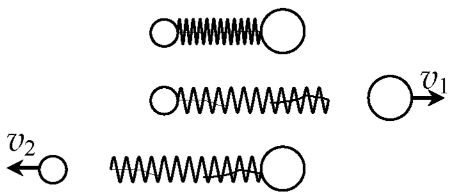
$$I_{22} = \frac{E_2}{R_2}. \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Видно, что последнее выражение можно получить, используя выражения (1), (2) и (3):

$$I_{22} = \frac{I_{12} I_{21}}{I_{11}}. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Подставляя в это выражение значения из таблицы, получим

**ответ:** $I_{22} = 9\,\text{А}$. **(2 б.)**




**3**. Пружина удерживается в сжатом состоянии с помощью прочной нити. На концах пружины находятся два разных шарика. Известно, что если зафиксировать левый шарик и пережечь нить, то правый шарик полетит со скоростью $v_1$, а если, наоборот, зафиксировать правый шарик и пережечь нить, то левый шарик полетит со скоростью $v_2$. С какими скоростями полетят эти же шарики, если ни один из шариков не фиксировать? Пружина во всех трёх случаях сжата одинаково.

**Решение:**

Пусть $m_1$ и $m_2$ — массы правого и левого шариков, соответственно, а $E$ — упругая энергия, запасённая в сжатой пружине. В первом случае вся упругая энергия переходит в кинетическую энергию правого шарика. Из закона сохранения энергии запишем:

$$E = \frac{m_1 v_1^2}{2}. \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Аналогично, для второго эксперимента с шариками:

$$E = \frac{m_2 v_2^2}{2}. \qquad (2) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

В случае, когда шарики не удерживаются, упругая энергия перераспределяется между двумя шариками. Закон сохранения энергии в этом случае запишется в виде:

$$E = \frac{m_1 v_1'^2}{2} + \frac{m_2 v_2'^2}{2}, \qquad (3) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

где $v_1'$ и $v_2'$ — искомые скорости правого и левого шарика.

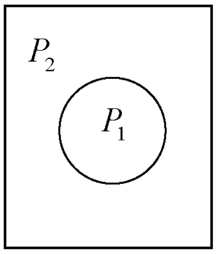
Наконец, из закона сохранения импульса следует условие:

$$m_1 v_1' = m_2 v_2'. \qquad (4) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Решая систему уравнений (1–4), получим

**ответ**: $$v_1' = \frac{v_1^2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}; \quad v_2' = \frac{v_2^2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

**4**. Надутый шарик находится внутри замкнутого сосуда, занимая четвёртую часть объёма сосуда. При этом давление газа внутри шарика равно $P_1$, а снаружи — $P_2$. Систему медленно нагревают. При некоторой критической температуре, когда объём шарика увеличился вдвое по сравнению с первоначальным, а разность давлений газа внутри и снаружи шарика стала равной $\Delta P$, шарик лопнул. В дальнейшем температура газа в сосуде поддерживается равной критической. Определите установившееся давление газа в сосуде. Объёмом оболочки шарика пренебречь.




**Решение:**

Пусть $V$ — начальный объём шарика. Тогда, по условию, $4V$ — объём сосуда, а $2V$ — конечный объём шарика. Запишем уравнения Менделеева – Клапейрона для состояния идеального газа внутри шарика:

$$P_1 V = \nu_1 RT, \qquad (1) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

вне шарика:

$$P_2(4V - V) = \nu_2 RT, \qquad (2) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

а также для состояния этих газов непосредственно перед тем как шарик лопнул:

$$P_1'(2V) = \nu_1 RT', \qquad (3) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

$$P_2'(4V - 2V) = \nu_2 RT'. \qquad (4) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Здесь $R$ — универсальная газовая постоянная, $\nu_1$, $\nu_2$ — числа молей газов внутри и снаружи шарика, соответственно, $T'$ — конечная (критическая) температура, $P_1'$ и $P_2'$ — давления газов внутри и снаружи шарика, которые, по условию, связаны соотношением:

$$P_1' = P_2' + \Delta P. \qquad (5)$$

Теперь запишем уравнения Менделеева – Клапейрона для смеси этих двух газов в конечном состоянии:

$$P(4V) = (\nu_1 + \nu_2)RT'. \qquad (6) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Здесь $P$ — искомое давление в сосуде.

Вычтем уравнение (4) из (3):

$$(P_1' - P_2')(2V) = (\nu_1 - \nu_2)RT'.$$

С учётом (5) получим отсюда:

$$RT' = \frac{\Delta P(2V)}{\nu_1 - \nu_2}.$$

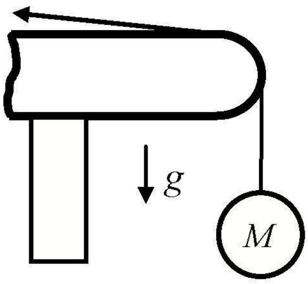
Подставив это в (6), получим:

$$P = \frac{\Delta P}{2}\frac{\nu_1 + \nu_2}{\nu_1 - \nu_2}.$$

Выразив $\nu_1$ и $\nu_2$ из (1) и (2) соответственно и подставив в полученное уравнение, найдём

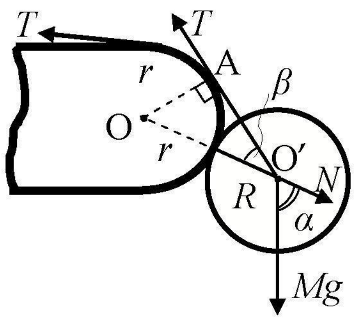
**ответ**:
$$P = \frac{\Delta P}{2}\frac{P_1 + 3P_2}{P_1 - 3P}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

**5**. Край стола имеет закругление радиуса $r$ (см. рисунок). С края стола свисает легкая нить, к которой привязан шар радиуса $R$ и массы $M$. За нить, под малым углом к поверхности стола, шар медленно вытягивают на стол. Какое максимальное значение будет у натяжения нити в процессе вытаскивания? Трением пренебречь.




**Решение:**

**1 способ.**




В процессе вытягивания на шар действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{T}$ и сила реакции со стороны стола $\vec{N}$, направленная вдоль лини $OO'$, соединяющей центр скругления стола и центр шара.

Пусть угол между $\vec{N}$ и $m\vec{g}$ равен $\alpha$, а угол между $\vec{N}$ и $\vec{T}$ — $\beta$. Поскольку шар вытягивают медленно, то шар в каждый момент времени находится в равновесии, поэтому сумма сил, действующих на него равна 0.

В проекции на ось $OO'$ это условие имеет вид:

$$N + mg\cos\alpha = T\cos\beta,$$

а в проекции на ось, перпендикулярную оси $OO'$:

$$mg\sin\alpha = T\sin\beta. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Из прямоугольного треугольника $OO'A$ находим:

$$\sin\beta = \frac{r}{r+R}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставляя в предыдущее уравнение, находим:

$$T = mg\frac{r+R}{r}\sin\alpha.$$

Отсюда видно, что максимальное значение $T$ соответствует $\sin\alpha = 1$ **(2 б.)**

(когда линия $OO'$ горизонтальна) и равно $mg\dfrac{r+R}{r}$.

**Ответ**: $$T_{\max} = mg\left(1+\frac{R}{r}\right). \qquad \textbf{(2 б.)}$$

**2 способ.**

В процессе вытягивания на шар действуют сила тяжести $m\vec{g}$, сила натяжения нити $\vec{T}$ и сила реакции со стороны стола $\vec{N}$, направленная вдоль лини $OO'$, соединяющей центр скругления стола и центр шара. Поскольку шар вытягивают медленно, то шар в каждый момент времени находится в равновесии, поэтому сумма сил и сумма моментов сил, действующих на шар равна 0. Запишем равенство моментов сил относительно точки O (можно выбрать и другую точку). Плечо силы $\vec{N}$ равно 0, плечо силы натяжения нити всегда равно $r$, а плечо силы тяжести $x$ зависит от положения шара. Таким образом, равенство моментов сил имеет вид:

$$T\cdot r = mg\cdot x. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Отсюда видно, что сила натяжения

$$T = mg\cdot\frac{x}{r} \qquad (1)$$

максимальна при максимальном $x$, которое достигается, когда линия $OO'$ горизонтальна и равно:

$$x_{\max} = r+R. \qquad (2) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Подставляя (2) в (1), получим

**ответ**: $$T_{\max} = mg\left(1+\frac{R}{r}\right). \qquad \textbf{(2 б.)}$$

## Физика 11 класс

**1**. На зимних Олимпийских играх в Сочи 30 лыжников бежали индивидуальную гонку с раздельным стартом: каждый последующий участник стартовал на 30 секунд позже предыдущего. При этом продолжительность финиша (то есть промежуток времени между первым и последним пересечениями финишной черты) составила 5 минут. Первым к финишу пришёл спортсмен, стартовавший последним, а последним пришёл спортсмен, стартовавший первым. Какой была бы продолжительность финиша, если бы лыжники стартовали в обратном порядке с теми же интервалами и пробежали дистанцию с теми же результатами?

**Решение.**

Пронумеруем спортсменов в том порядке, в котором они стартовали на Олимпиаде. Из условия задачи ясно, что первый спортсмен является самым медленным, а тридцатый — самым быстрым. Отсюда следует, что продолжительность финиша определяется именно этими спортсменами, в том числе и если бы они стартовали в обратном порядке. Если бы спортсмены стартовали одновременно, то продолжительность финиша определялась бы разностью времён прохождения дистанции первым и тридцатым спортсменами $\Delta t$. Поскольку спортсмены стартовали с интервалом 0,5 мин., то продолжительность старта $\Delta t_{\text{с}} = (30-1)\cdot 0{,}5 = 14{,}5\,\text{мин}$, а продолжительность финиша:

$$\Delta t_{\text{ф}} = \Delta t - \Delta t_{\text{с}}.$$

Если бы спортсмены стартовали в обратном порядке, то вместо последнего выражения было бы:

$$\Delta t'_{\text{ф}} = \Delta t - \Delta t_{\text{с}}.$$

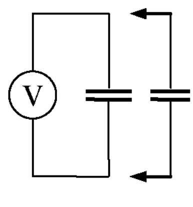
Из этих двух выражений находим

$$\Delta t'_{\text{ф}} = \Delta t_{\text{ф}} + 2\Delta t_{\text{с}} = 34\,\text{мин}.$$

**Ответ:** $\Delta t'_{\text{ф}} = 34\,\text{мин}$. **(10 б.)***

*<u>Примечание</u>: *допустимы разные рассуждения, приводящие к правильному ответу. Необходимо оценить их последовательность и логичность. В случае неправильного подсчёта времени старта оценку снизить на 1 балл.*

**2**. Схема состоит из параллельно соединённых заряженного конденсатора и идеального вольтметра. Вольтметр показывает 9 В. Параллельно к этой схеме присоединили незаряженный конденсатор другой ёмкости, и вольтметр показал 6 В. Затем этот



конденсатор отсоединили от схемы, полностью разрядили и опять присоединили параллельно к схеме. Какое напряжение при этом покажет вольтметр?

**Решение:**

Пусть $C_1$ — ёмкость конденсатора в схеме, $C_2$ — ёмкость конденсатора, присоединяемого к схеме, а $U_0$ — начальное показание вольтметра.

Как известно заряд на конденсаторе ёмкости $C$ с напряжением $U$ равен $CU$.

После присоединения к схеме незараженного конденсатора $C_2$, заряд $C_1U_0$ перераспределяется между двумя конденсаторами. При этом напряжения на конденсаторах равны и соответствуют новому показанию вольтметра $U_1$:

При этом из закона сохранения заряда следует:

$$C_1U_0 = C_1U_1 + C_2U_1. \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Повторение процедуры приводит к новому показанию вольтметра $U_2$. Запишем опять закон сохранения заряда:

$$C_1U_1 = C_1U_2 + C_2U_2. \qquad (2) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

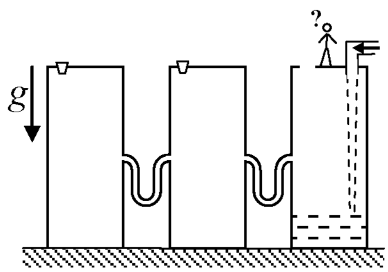
Решая систему уравнений (4) и (5), найдём:

$$U_2 = \frac{U_1^2}{U_0}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

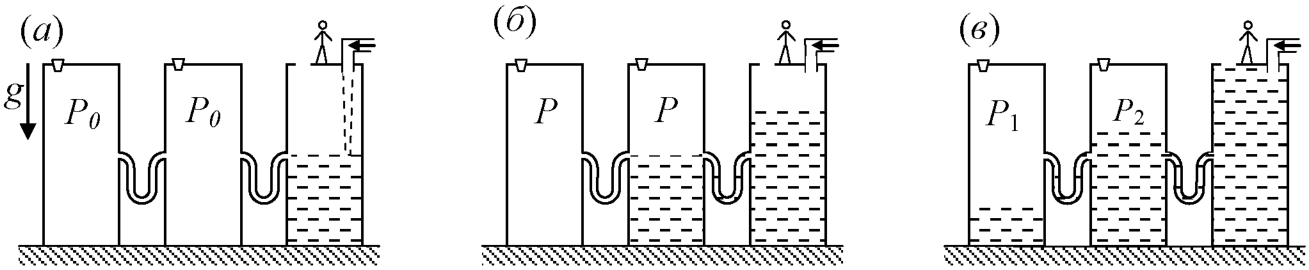
Подставляя сюда численные значения, окончательно получим

**ответ**: $$U_2 = 4\text{ В}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

**3**. Три одинаковые вертикально стоящие замкнутые цилиндрические цистерны соединены последовательно гибкими шлангами на середине высоты и снабжены клапанами для выпуска воздуха. Рабочий начал медленно подавать воду в крайнюю правую цистерну, предварительно открыв её воздушный клапан. Клапаны двух других цистерн остались закрытыми, так что воздух из них не выходил. К моменту, когда крайняя правая цистерна оказалась полностью наполненной, левая оказалась наполненной на 3/11 своего объёма. Какая доля объёма средней цистерны заполнилась водой? Объёмом соединительных шлангов пренебречь.



**Решение:**




При наливе цистерны можно выделить три состояния, изображённых на рисунке. При переходе (а) → (б) воздух в левой и средней цистернах изотермически сжимался. Запишем закон Бойля – Мариотта для этого процесса:

$$P_0(2V) = P\left(V + \frac{V}{2}\right), \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

где $P_0$ — атмосферное давление, $V$ —объём одной цистерны, P — давление сжатого воздуха в состоянии (б).

При переходе (б) → (в) воздух в левой и средней цистернах независимо изотермически сжимался. Запишем закон Бойля – Мариотта для воздуха в левой цистерне:

$$PV = P_1\left(1 - \frac{3}{11}\right)V \qquad (2) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

и в средней цистерне:

$$P\frac{V}{2} = P_2(1-x)V, \qquad (3) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

где $x$ — искомая доля объёма средней цистерны, заполненная водой.

В состоянии равновесия (в) давления на концах шлангов равны между собой:

$$P_1 = P_2 + \rho g\left(x - \frac{1}{2}\right)H = P_0 + \rho g\frac{H}{2}, \quad (4) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

где $H$ — высота цистерн, ρ — плотность воды.

Из (1) находим $P = \frac{4}{3}P_0$ и подставив в (2) и (3), выразим из них $P_1$ и $P_2$:

$$P_1 = \frac{11}{6}P_0;\ P_2 = \frac{2}{3(1-x)}P_0.$$

Подставим найденные выражения в (4):

$$\frac{11}{6}P_0 = \frac{2}{3(1-x)}P_0 + \rho g\left(x - \frac{1}{2}\right)H = P_0 + \rho g\frac{H}{2}.$$

Сравнивая левую и правую часть этого равенства, находим:

$$\frac{11}{6}P_0 = \frac{2}{3(1-x)}P_0 + \left(x - \frac{1}{2}\right)\frac{5}{3}P_0.$$

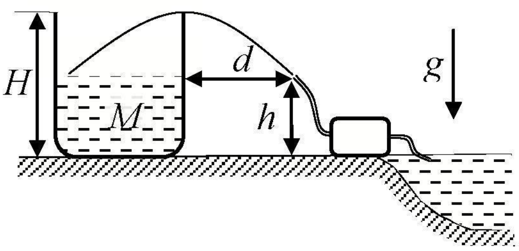
Сократив $P_0$, получаем квадратное уравнение относительно $x$:

$$5x^2 - 13x + 6 = 0,$$

которое имеет два решения $x = 3/5$ и $x = 2$. Второе решение, очевидно, не подходит, т.к. оно больше 1.

**Ответ**: $x = 3/5$. **(2 б.)**

**4**. Электрический насос качает воду из озера. Тонкая струя воды из открытого конца шланга, расположенного на высоте $h$, направлена в бочку высоты $H$. Расстояние между концом шланга и бочкой по горизонтали равно $d$. Сколько электроэнергии нужно затратить, чтобы накачать в бочку количество воды массой $M$? Считать, что верхняя точка струи находится непосредственно над краем бочки. Ускорение свободного падения равно $g$. КПД насоса считать равным 1, трением воды о шланг и сопротивлением воздуха пренебречь.




**Решение.**

Искомая энергия $E$ тратится на подъём воды на высоту $h$ и на разгон её до скорости $v$, с которой вода выходит из шланга, поэтому

$$E = Mgh + \frac{Mv^2}{2}. \quad (3 б.)$$

Найдём скорость $v$. Вертикальная компонента этой скорости $v_{верт}$ равна $gt$, а горизонтальная $v_{гориз}$ равна $d/t$, где $t$ — время пролёта от шланга до верхней точки струи. Найдём $t$:

$$\frac{gt^2}{2} = H - h \quad \Rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2(H-h)}{g}}. \quad \textbf{(1 б.)}$$

Отсюда

$$v_{верт} = gt = \sqrt{2g(H-h)}, \quad \textbf{(2 б.)}$$

$$v_{гориз} = \frac{d}{t} = d\sqrt{\frac{g}{2(H-h)}}. \quad \textbf{(2 б.)}$$

Найдём $v^2$ по теореме Пифагора:

$$v^2 = v_{верт}^2 + v_{гориз}^2 = 2g(H-h) + \frac{gd^2}{2(H-h)}.$$

Подставляя это выражение в формулу для $E$, получим:

$$E = Mgh + \frac{M}{2}\left(2g(H-h) + \frac{gd^2}{2(H-h)}\right) = Mg\left(H + \frac{d^2}{4(H-h)}\right).$$

**Ответ:** $Mg\left(H + \dfrac{d^2}{4(H-h)}\right)$. **(2 б.)**

**Примечание:** *энергия, затраченная насосом, может быть также найдена как энергия воды в верхней точке струи:*

$$E = MgH + \frac{Mv_{\text{гориз}}^2}{2}.$$

*Правильное решение задачи с помощью этой формулы также оценивается в 10 баллов.*

5. **Задача-оценка.** Оцените скорость вылета стрелы из спортивного лука, тетива которого натягивается рукой. *Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.*

**Решение:**

Сила, с которой спортсмен натягивает тетиву, изменяется от 0 (когда лук не натянут) до максимального значения $F$ (когда лук полностью натянут).

При этом спортсмен затрачивает энергию

$$W = \frac{F}{2}x, \qquad \textbf{(4 б.)}$$

где $x$ — расстояние, на которое стрелок оттягивает тетиву, примерно равное длине стрелы.

Эта энергия переходит в кинетическую энергию стрелы

$$W = \frac{mv^2}{2}, \qquad \textbf{(2 б.)}$$

где $m$ — масса стрелы, $v$ — искомая скорость. Из двух полученных выражений найдём:

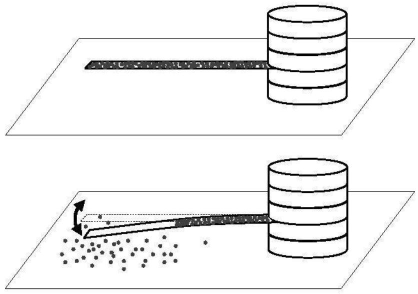
$$v = \sqrt{\frac{F \cdot x}{m}}. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставив численные значения:

$F = 200$ Н, $x = 0{,}7$ м, $m = 0{,}02$ кг, получим

**ответ**: $v \approx 80\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$. **(2 б.)**

**6**. **Задача-демонстрация** (демонстрируется видеоролик). Один конец упругой металлической линейки зажат между тяжёлыми грузами, другой — свободный. Сверху на линейку равномерно по всей её длине насыпана гречневая крупа. Свободный конец линейки отгибают вниз и затем отпускают. Часть крупы слетает с линейки. Однако при этом возникает граница, левее которой почти вся крупа слетела, а правее — осталась на месте. Объясните наблюдаемое явление.



**Решение.** Крупинка отрывается от поверхности линейки в тот момент, когда ускорение $a$ участка линейки под ней становится равным ускорению свободного падения $g$. **(3 б.)**

Таким образом, условие того, что крупинка останется лежать на линейке, имеет вид

$$a_{\max} < g, \qquad (1)$$ **(3 б.)**

где $a_{\max}$ — максимальное значение (в процессе колебаний) ускорения участка линейки под крупинкой. На той части линейки, где условие (1) выполнено, крупа остаётся на месте. Там же, где условие (1) нарушается, крупинки «подпрыгивают», отрываясь от линейки, и через некоторое число периодов колебаний покидают линейку.

Рассмотрим, как $a_{\max}$ меняется вдоль линейки. Каждая точка линейки совершает синусоидальные колебания

$$y(t) = A\sin(\omega t), \qquad (2)$$

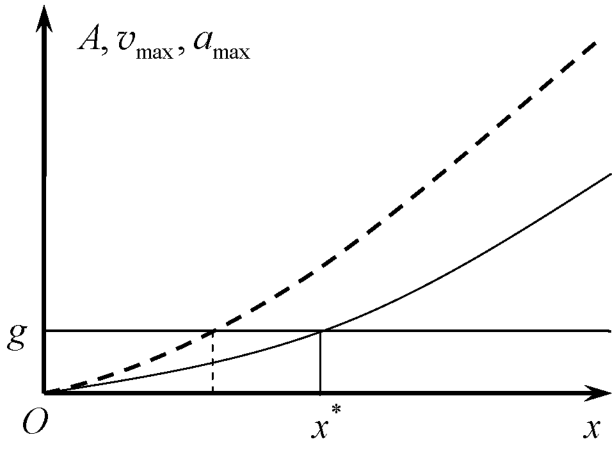
где $y$ — отклонение по вертикали от равновесного положения линейки; $t$ — время; $A$ — амплитуда (разная для разных точек линейки), $\omega = 2\pi/T$ — частота (одна и та же для всей линейки; $T$ — период колебаний). Из уравнения (2) видно, что колебания разных точек линейки *подобны* — единственное различие между ними состоит в разной величине множителя $A$. Поэтому и скорости разных точек линейки (производные $y$ по времени $t$), и их ускорения (вторые производные $y$ по $t$) будут отличаться друг от друга только значением множителя $A$. Следовательно, максимальная скорость $v_{\max}$ и максимальное ускорение $a_{\max}$ в каждой точке линейки пропорционально амплитуде $A$ колебаний этой точки:

$$v_{\max} \propto A, \qquad (3)$$

$$a_{\max} \propto A. \qquad (4)$$ **(2 б.)**

(Соотношения (3) и (4) можно обосновать также, вычислив первую и вторую производные выражения (2) и получив в результате $v_{\max} = \omega A$, $a_{\max} = \omega^2 A$.)

Направим ось $x$ вдоль линейки, выбрав начало отсчёта в месте её закрепления. Амплитуда колебаний $A$ увеличивается с ростом $x$ (т. е. с удалением от места закрепления линейки), как показано на графике сплошной линией. (Эта линия отображает форму линейки в момент её наибольшего отклонения от равновесного положения.) Согласно (3) и (4), зависимости $v_{\max}$ и $a_{\max}$ от координаты $x$ можно изобразить этой же линией при подходящем выборе масштабов скорости и ускорения на графике. Проведя горизонтальную черту, соответствующую ускорению $g$, можно убедиться, что



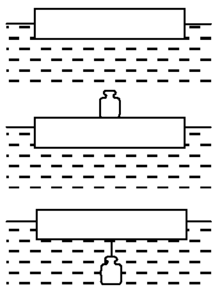

$$a_{\max} < g \text{ при } x < x^*, \quad \text{и} \quad a_{\max} > g \text{ при } x > x^*, \qquad \textbf{(2 б.)}$$

где $x^*$ — значение координаты $x$, при котором $a_{\max} = g$. С учётом условия (1), это означает, что $x^*$ задаёт границу, с одной стороны от которой ($x > x^*$) крупа падает с линейки, а с другой ($x < x^*$) — остаётся лежать на линейке.

Также из графика видно, что при бо́льшем размахе колебаний линейки (пунктирная линия на графике) граница $x^*$ смещается ближе к месту закрепления линейки.

# Олимпиада школьников «Будущее Сибири» — 2012
# I этап
# Физика 8 класс, вариант 2

1. Из одной точки на беговой дорожке стадиона кенгуру и кролик стали прыгать в разные стороны. Они встретились через 30 секунд после начала движения, после этого ещё через 20 секунд кенгуру прискакал на место старта. Насколько позже туда же прискачет кролик, если считать, что кенгуру и кролик двигались с постоянными скоростями?



2. Доска плавает, погрузившись в воду на 1/2 своего объёма. Когда сверху ставят гирю, в воде оказывается 2/3 объёма доски. Когда гирю подвешивают к доске на короткой нити снизу, доска оказывается в воде на 0.6453 объёма. Определите плотность материала, из которого сделана гиря. Плотность воды 1000 кг/м$^3$

3. Маленький кубик из железа ставят на массивный кусок льда. До какой минимальной температуры должен быть нагрет кубик из железа, чтобы он полностью погрузился в лед? Температура куска льда 0°С. Удельная теплота плавления льда 340 кДж/кг, удельная теплоемкость железа 460 Дж/(кг·град). Плотность железа 7800 кг/м$^3$, плотность льда 900 кг/м$^3$. Считать, что вода из под кубика может вытекать.

4. Масса небольшого ведра, полностью заполненного водой, равна $m_1$ = 3 кг. В ведро стали насыпать песок, и вода из ведра стала выливаться. После того, как ведро было засыпано песком до верхнего края, масса наполненного ведра стала $m_2$=6 кг. Сколько песчинок оказалось в ведре, если масса песчинки $m$ = 0.005 г, ее плотность $\rho$ = 2500 кг/м$^3$? Плотность воды $\rho_0$ = 1000 кг/м$^3$.

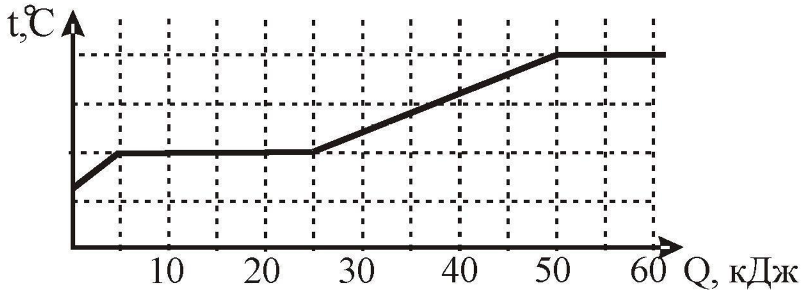
**Внимание!** Задача считается решённой, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

## Желаем успехов!

# Олимпиада школьников «Будущее Сибири» — 2012
## I этап
## Физика   9 класс, вариант 2

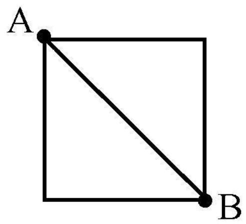
1. Два самолёта с одного аэродрома полетели вдоль экватора — один на восток, другой на запад. Более быстрый самолёт облетел всю землю за 40 часов, а более медленный — за 60 часов. Через сколько часов после взлёта самолёты впервые могли встретиться друг с другом, если они летели с постоянными относительно поверхности Земли скоростями?

2. Кусок льда, помещенный в теплоизолированный сосуд, нагревают с помощью размещенного внутри сосуда нагревателя. График зависимости температуры **t** от подводимого количества теплоты Q приведен на рисунке. Считая, что удельная теплоемкость льда 2,1кДж/(кг·град), а начальная температура льда минус 40°C, Найдите с помощью приведенного графика удельную теплоту плавления льда. Теплоемкостью сосуда можно пренебречь. Процесс происходит при нормальном атмосферном давлении.




3. Электропоезд отправляется со станции и через 5 минут останавливается. На какое максимальное расстояние он мог уехать от станции, если его максимальная скорость 108 км/ч, а его максимально развиваемое ускорение 0,6 м/с$^2$?

4. Фигура, изображенная на рисунке, сделана из проволоки постоянного сечения. Длина стороны квадрата равна 1 метр, сопротивление 1 метра проволоки равно *R*. Найти сопротивление между точками A и B.



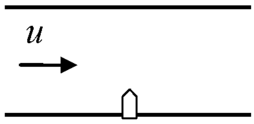

**Внимание!** Задача считается решённой, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

## Желаем успехов!

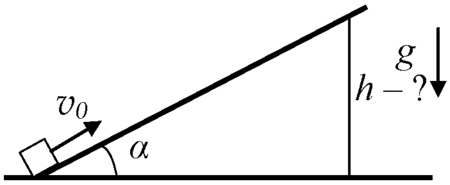
# Олимпиада школьников «Будущее Сибири» — 2012
## I этап
## Физика 10 класс, вариант 2

1. Сидящий на земле лягушонок замечает муху, горизонтально пролетающую прямо над ним на высоте 0.8 м со скоростью 4 м/с. С какой скоростью и под каким углом должен прыгнуть лягушонок, чтобы поймать муху в верхней точке своей траектории? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с$^2$. Размерами лягушонка и влиянием воздуха пренебречь.

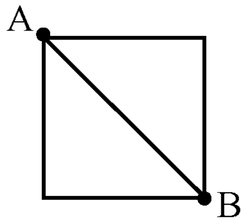
2. Лодка плывет через реку, направляясь в ближайшую от места отправления точку на другом берегу. Во сколько раз дольше лодка будет переплывать эту реку, чем озеро такой же ширины, если скорость реки постоянна и равна $u$? Собственная скорость лодки относительно воды равна $v$ ($v>u$).




3. На какую максимальную высоту поднимется тело, находящееся у основания наклонной плоскости с углом наклона α, если начальная скорость равна $v_0$ и направлена вдоль плоскости? Ускорение свободного падения равно $g$, коэффициент трения тела о поверхность равен μ.




4. Фигура, изображенная на рисунке, сделана из однородной проволоки. Длина стороны квадрата равна 1 метр. Сопротивление между точками A и B равно $R$. Определите сопротивление одного метра проволоки.

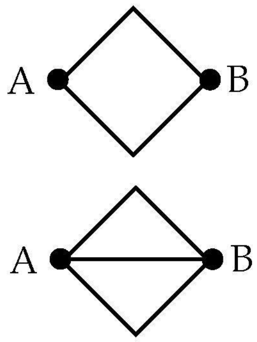



**Внимание!** Задача считается решённой, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

## Желаем успехов!

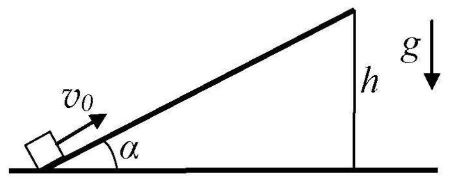
# Олимпиада школьников «Будущее Сибири» — 2012
# I этап
## Физика   11 класс, вариант 2

1. Фигура представляет собой квадрат, сделанный из однородной проволоки. Сопротивление между точками А и В равно $R$. Точки А и В соединили куском такой же проволоки как показано на рисунке. Определите сопротивление между точками А и В в получившейся фигуре.

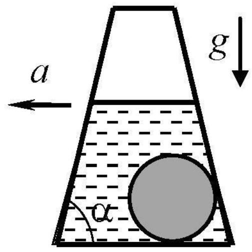



2. Заряженную частицу отпускают в однородном электрическом поле. Через время $\tau$ отпускают ещё одну частицу с такими же массой и зарядом. Определите, через какое время после начала движения первой частицы расстояния, пройденные этими частицами, будут отличаться в 2 раза, если известно, что обе частицы отпускали с нулевой начальной скоростью. Взаимодействием между частицами пренебречь.

3. При какой минимальной начальной скорости $v_0$ тело, находящееся у основания наклонной плоскости высотой $h$ и углом наклона $\alpha$ сможет добраться до верха? Ускорение свободного падения равно $g$, коэффициент трения тела о поверхность равен $\mu$.




4. Стеклянный шарик плотностью $\rho$ находится в сосуде, частично заполненном водой и имеющем форму усечённого конуса. Плотность воды равна $\rho_0$, $\rho>\rho_0$. Угол между образующей конуса и горизонтальным дном равен $\alpha$. Внутренняя поверхность сосуда гладкая. Сосуд двигается с горизонтальным ускорением $a$. Определите, с какой силой шарик давит на дно сосуда. Ускорение свободного падения равно $g$.




**Внимание!** Задача считается решённой, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

**Желаем успехов!**

# Олимпиада школьников «Будущее Сибири» — 2012
## I этап
## Физика 8 класс, вариант 2

1. Из одной точки на беговой дорожке стадиона кенгуру и кролик стали прыгать в разные стороны. Они встретились через 30 секунд после начала движения, после этого ещё через 20 секунд кенгуру прискакал на место старта. Насколько позже туда же прискачет кролик, если считать, что кенгуру и кролик двигались с постоянными скоростями?

**Решение.**

Пусть $v$ — скорость кенгуру, а $u$ — скорость кролика. Известно, что они встретились спустя 30 с после начала движения, т.е. «на пару» пробежали весь круг длиной $S$:

$$(u+v)\cdot 30 = S \qquad (1)$$ **(3 б.)**

Известно, что кенгуру потребовалось 50 с, чтобы пробежать полный круг, т.е.:

$$v\cdot 50 = S \qquad (2)$$ **(3 б.)**

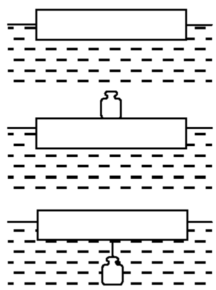
Выразив $v$ из (2) и подставив в (1), получим время, за которое пробежит всю дистанцию кролик:

$$\frac{S}{u} = 75 \text{ с}$$ **(2 б.)**

Вычитая из этого времени время, за которое преодолел весь круг кенгуру, получим:

**Ответ**: 25 с. **(2 б.)**

2. Доска плавает, погрузившись в воду на 1/2 своего объёма. Когда сверху ставят гирю, в воде оказывается 2/3 объёма доски. Когда гирю подвешивают к доске на короткой нити снизу, доска оказывается в воде на 0.6453 объёма. Определите плотность материала, из которого сделана гиря. Плотность воды 1000 кг/м$^3$



**Решение.**

Пусть $\rho_д$, $\rho_г$ и $\rho_0$ — плотности доски, материала гири и воды, а $V_д$ и $V_г$ — объёмы доски и грузика, соответственно. По второму закону Ньютона в равновесии сумма всех сил, действующих на тело равна нулю: сила тяжести уравновешивается выталкивающей силой Архимеда. В первом случае:

$$\rho_д V_д g = \frac{1}{2}\rho_0 V_д g \qquad (1)$$ **(2 б.)**

Во втором случае:

$$\rho_д V_д g + \rho_г V_г g = \frac{2}{3}\rho_0 V_д g \qquad (2)$$ **(2 б.)**

В третьем случае:

$$\rho_д V_д g + \rho_г V_г g = 0,6453\cdot \rho_0 V_д g + \rho_0 V_г g \qquad (3)$$ **(2 б.)**

Из (1) определим $\rho_д$:

$$\rho_д = \frac{1}{2}\rho_0 \qquad (4)$$ **(1 б.)**

Вычитая (1) из (2), получим:

$$\rho_0 V_д = 6\rho_г V_г \qquad (5)$$ **(1 б.)**

Подставив (4) и (5) в (3), найдём:

$$\rho_г \approx \frac{\rho_0}{0,1282} \approx 7,8\rho_0$$

Подставляя сюда плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м$^3$, получим:

**Ответ**: $\rho_г = 7800$ кг/м$^3$ **(2 б.)**

3. Маленький кубик из железа ставят на массивный кусок льда. До какой минимальной температуры должен быть нагрет кубик из железа, чтобы он полностью погрузился в лед? Температура куска льда 0°С. Удельная теплота плавления льда 340 кДж/кг, удельная теплоемкость железа 460 Дж/(кг·град). Плотность железа 7800 кг/м$^3$, плотность льда 900 кг/м$^3$. Считать, что вода из под кубика может вытекать.

**Решение.**

Запишем условие теплового баланса, учитывая, что объём растаявшего льда равняется объёму кубика $V_ж$:

$$c_ж \rho_ж V_ж \left(T_ж - T_0\right) = \lambda_л \rho_л V_ж,$$ **(5 б.)**

где $c_ж$ — удельная теплоёмкость железа, $\lambda_л$ — удельная теплота плавления льда, $\rho_ж$, $\rho_л$ — плотности железа и льда, соответственно, $T_0$ — температура плавления льда, равная 0°С, а $T_ж$ — искомая температура нагретого кусочка железа. Сократив на $V_ж$, выразим $T_ж$:

$$T_ж = T_0 + \frac{\lambda_л \rho_л}{c_ж \rho_ж}$$ **(3 б.)**

Подставив численные значения величин, получим:

**Ответ**: $T_ж = T_0 + \dfrac{\lambda_л \rho_л}{c_ж \rho_ж} \approx 85\,°C$ **(2 б.)**

4. Масса небольшого ведра, полностью заполненного водой, равна $m_1 = 3$ кг. В ведро стали насыпать песок, и вода из ведра стала выливаться. После того, как ведро было засыпано песком до верхнего края, масса наполненного ведра стала $m_2$=6 кг. Сколько песчинок оказалось в ведре, если масса песчинки $m = 0.005$ г, ее плотность $\rho = 2500$ кг/м$^3$? Плотность воды $\rho_0 = 1000$ кг/м$^3$.

**Решение.**

Пусть $M$ — масса пустого ведра, а $V$ — его объём, тогда масса заполненного водой ведра равна:

$$M + \rho_0 V = m_1, \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

масса ведра, заполненного смесью песка с водой, равна:

$$M + \rho_0 V_{\text{в}} + \rho V_{\text{п}} = m_2, \qquad (2) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

где $V_{\text{в}}$, $V_{\text{п}}$ — объёмы воды и песка в смеси, соответственно.

Вычитая (1) из (2), получим:

$$\rho_0 V_{\text{в}} - \rho_0 V + \rho V_{\text{п}} = m_2 - m_1, \qquad (3) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Так как объём ведра не изменился, то:

$$V_{\text{в}} + V_{\text{п}} = V \qquad (4) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Выразив $V_{\text{в}}$ из (4) и подставив в (3), получим:

$$V_{\text{п}} = \frac{m_2 - m_1}{\rho - \rho_0} \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Тогда число песчинок в ведре равно:

$$N = \frac{\rho V_{\text{п}}}{m} = \frac{\rho}{m} \cdot \frac{m_2 - m_1}{\rho - \rho_0} \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Подставив численные значения, получим:

**Ответ**: $N = \frac{\rho}{m} \cdot \frac{m_2 - m_1}{\rho - \rho_0} = 1\,000\,000$ песчинок **(2 б.)**

# Олимпиада школьников «Будущее Сибири» — 2012

## I этап

## Физика 9 класс, вариант 2

1. Два самолёта с одного аэродрома полетели вдоль экватора — один на восток, другой на запад. Более быстрый самолёт облетел всю землю за 40 часов, а более медленный — за 60 часов. Через сколько часов после взлёта самолёты впервые могли встретиться друг с другом, если они летели с постоянными относительно поверхности Земли скоростями?

**Решение.**

Обозначим длину экватора за $S$. Тогда скорость более быстрого самолёта равна:

$$v_1 = \frac{S}{40} \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

А скорость более медленного самолёта:

$$v_2 = \frac{S}{60} \qquad (2) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Время до их первой встречи равно:

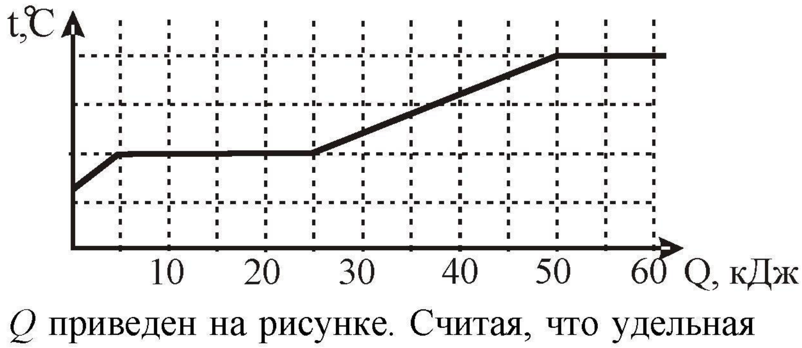
$$t = \frac{S}{v_1 + v_2} \qquad (3) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставляя (1) и (2) в (3), получим:

$$t = \frac{S}{\frac{S}{40} + \frac{S}{60}} = 24\text{ ч} \qquad \textbf{(4 б.)}$$

**Ответ**: 24 часа

2. Кусок льда, помещенный в теплоизолированный сосуд, нагревают с помощью размещенного внутри сосуда нагревателя. График зависимости температуры $t$ от подводимого количества теплоты $Q$ приведен на рисунке. Считая, что удельная теплоёмкость льда 2,1кДж/(кг·град), а начальная температура льда минус 40°С, Найдите с помощью приведенного графика удельную теплоту плавления льда. Теплоемкостью сосуда можно пренебречь. Процесс происходит при нормальном атмосферном давлении.




**Решение.**

На графике зависимости температуры от подводимого тепла видны два горизонтальных участка. Значит, первый участок отвечает за процесс плавления льда, а второй за процесс испарения воды **(2б)**. Зная, что температура плавления льда 0°C, найдём из графика, что на нагрев льда от $T_0$ = -40°C до $T_1$ = 0°C было затрачено $Q_1$ = 5 кДж тепла. Запишем уравнение теплового баланса для этого случая:

$$c_л m(T_1 - T_0) = Q_1, \qquad (1)$$ **(3 б.)**

где $c_л$ = 2,1 кДж/(кг·град) — удельная теплоёмкость льда, а $m$ — масса льда. Найдем из графика, что на плавление льда было затрачено $Q_2$ = 20 кДж тепла. Запишем уравнение теплового баланса для этого случая:

$$\lambda_л m = Q_2, \qquad (2)$$ **(3 б.)**

где $\lambda_л$ — удельная теплота плавления льда. Выразив массу льда из (1) и подставив в (2) найдём удельную теплоту плавления льда:

$$\lambda_л = \frac{Q_2 \cdot c_л (T_1 - T_0)}{Q_1} = 336 \text{ кДж/кг}$$ **(2 б.)**

**Ответ**: $\lambda_л$ = 336 кДж/кг

3. Электропоезд отправляется со станции и через 5 минут останавливается. На какое максимальное расстояние он мог уехать от станции, если его максимальная скорость 108 км/ч, а его максимально развиваемое ускорение 0.6 м/с$^2$?

**Решение.**

Чтобы поезд смог уехать на максимальное расстояние необходимо, чтобы он сначала с максимальным ускорением достиг максимальной скорости, затем некоторое время ехал с максимальной скоростью, а потом останавливался с максимальным ускорением **(2 б.)**. Время, которое поезд будет ускоряться равно:

$$t_1 = \frac{v_{max}}{a_{max}} = 50 \text{ с},$$ **(2 б.)**

где $v_{max}$ и $a_{max}$ максимально возможные скорость и ускорение соответственно. Такое же время он будет останавливаться, тогда время, которое он будет двигаться с максимальной скоростью равно:

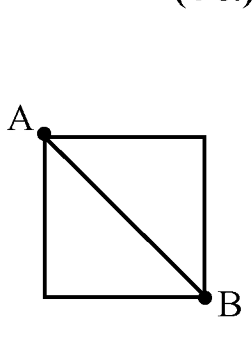
$$t = T - 2 \cdot t_1 = 200 \text{ с},$$ **(2 б.)**

где $T$ = 5мин = 300с. Полный путь, пройденный поездом, будет равен:

$$S = 2 \cdot \frac{a_{max} t_1^2}{2} + v_{max} t = 7,5 \text{ км}$$ **(4 б.)**

**Ответ**: 7,5 км.

4. Фигура, изображенная на рисунке, сделана из проволоки постоянного сечения. Длина стороны квадрата равна 1 метр, сопротивление 1 метра проволоки равно $R$. Найти сопротивление между точками A и B.



**Решение.**

Сопротивление проволоки пропорционально её длине, поэтому сопротивление диагонали квадрата равно:

$$R_{д} = \sqrt{2}R \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Сопротивление между точками A и B цепи равно сопротивлению трёх параллельно соединённых сопротивлений:

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{R_{Д}} \qquad (2) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Подставляя (1) в (2) и выражая $R_{AB}$, получим:

**Ответ**: $R_{AB} = \left(2 - \sqrt{2}\right)R$ **(3 б.)**

# Олимпиада школьников «Будущее Сибири» — 2012
# I этап
# Физика   10 класс, вариант 2

1. Сидящий на земле лягушонок замечает муху, горизонтально пролетающую прямо над ним на высоте 0.8 м со скоростью 4 м/с. С какой скоростью и под каким углом должен прыгнуть лягушонок, чтобы поймать муху в верхней точке своей траектории? Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с$^2$. Размерами лягушонка и влиянием воздуха пренебречь.

**Решение.**

Чтобы поймать муху в верхней точке траектории нужно, чтобы в момент встречи с мухой вертикальная компонента скорости лягушонка была равной нулю. Тогда начальная вертикальная компонента скорости лягушонка равна:

$$v_y = \sqrt{2gh} = 4 \text{ м/с,} \qquad \textbf{(3 б.)}$$

где $h$ — высота на которой находилась муха, а $g$ — ускорение свободного падения. Горизонтальная компонента скорости лягушонка должна быть равна горизонтальной компоненте скорости мухи:

$$v_x = 4 \text{ м/с} \qquad \textbf{(3 б.)}$$

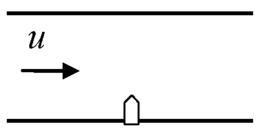
Тогда полная скорость лягушонка:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \approx 5{,}7 \text{ м/с} \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Т.к. $v_x = v_y$, то угол, под которым должен прыгнуть лягушонок, равен 45° **(2 б.)**

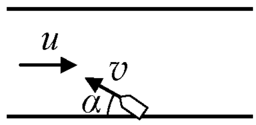
**Ответ**: $v$ = 5,7 м/с, 45°

2. Лодка плывет через реку, направляясь в ближайшую от места отправления точку на другом берегу. Во сколько раз дольше лодка будет переплывать эту реку, чем озеро такой же ширины, если скорость реки постоянна и равна $u$? Собственная скорость лодки относительно воды равна $v$ ($v>u$).




**Решение.**

Чтобы попасть в ближайшую точку от места отправления, лодке необходимо плыть под таким углом α к берегу, чтобы её не сносило:




$$v \cdot \cos\alpha = u \qquad (1) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Пусть ширина реки равна $l$, тогда время, за которое лодка переплывёт реку, будет равно:

$$t_1 = \frac{l}{v \cdot \sin\alpha} \qquad (2) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

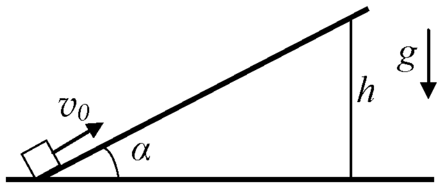
А время, за которое лодка переплывёт озеро такой же ширины равно:

$$t_2 = \frac{l}{v} \qquad (3) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Разделив (2) на (3) и подставив α, полученное из (1), найдём

**Ответ**: $\frac{t_1}{t_2} = \frac{v}{\sqrt{v^2 - u^2}}$. **(2 б.)**

3. На какую максимальную высоту поднимется тело, находящееся у основания наклонной плоскости с углом наклона α, если начальная скорость равна $v_0$ и направлена вдоль плоскости? Ускорение свободного падения равно $g$, коэффициент трения тела о поверхность равен μ.




**Решение.**

Из закона сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} + A = mgh \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

где $A$ — работа силы трения. Сила трения на наклонной плоскости равна:

$$F_{тр} = \mu mg\cos\alpha \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Поднимаясь на высоту $h$, тело проходит вдоль плоскости расстояние, равное:

$$l = \frac{h}{\sin\alpha} \qquad \textbf{(2 б.)}$$

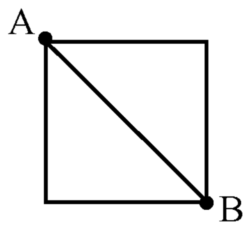
Силы трения совершает отрицательную работу, т.к. сила трения направлена противоположно перемещению тела:

$$A = -F_{тр}l = -\mu mgh \cdot \mathrm{ctg}\alpha \qquad (2) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставив (2) в (1) и выразив $h$, получим:

**Ответ**: $h = \frac{v_0^2}{2g\left(1 + \mu c\mathrm{tg}\alpha\right)}$ **(2 б.)**

4. Фигура, изображенная на рисунке, сделана из однородной проволоки. Длина стороны квадрата равна 1 метр. Сопротивление между точками А и В равно $R$. Определите сопротивление одного метра проволоки.




**Решение.**

Пусть $r$ — сопротивление стороны квадрата. Так как сопротивление проволоки пропорционально её длине, то сопротивление диагонали квадрата равно:

$$r_{\text{д}} = \sqrt{2}r \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

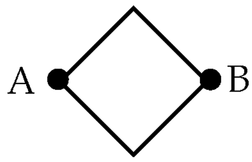
Сопротивление между точками А и В цепи равно сопротивлению трёх параллельно соединённых сопротивлений:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{2r} + \frac{1}{2r} + \frac{1}{r_{\text{Д}}} \qquad (2) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

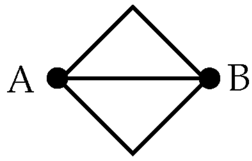
Подставляя (1) в (2) и выражая $r$, получим:

**Ответ**: $r = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + 1\right)R$ **(3 б.)**

## Олимпиада школьников «Будущее Сибири» — 2012
## I этап
## Физика   11 класс, вариант 2




1. Фигура представляет собой квадрат, сделанный из однородной проволоки. Сопротивление между точками A и B равно $R$. Точки A и B соединили куском такой же проволоки как показано на рисунке. Определите сопротивление между точками A и B в получившейся фигуре.




**Решение.**

Пусть $r$ — сопротивление стороны квадрата, тогда сопротивление между точками A и B цепи в первом случае, равно сопротивлению параллельно соединённых сопротивлений $2r$:

$$R = \frac{2r \cdot 2r}{2r + 2r} = r \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Сопротивление проволоки пропорционально её длине, поэтому сопротивление добавленной перемычки равно:

$$R_{\text{п}} = \sqrt{2}r \qquad (2) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Перемычку сопротивлением $R_{\text{п}}$ добавили параллельно имеющейся цепи, поэтому сопротивление между точками A и B в получившейся фигуре равно:

$$R_2 = \frac{RR_{\text{п}}}{R + R_{\text{п}}} \qquad (3) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Учитывая (1) и (2), из (3) находим:

**Ответ**: $R_2 = \left(1 - \sqrt{2}\right)R$ **(2 б.)**

2. Заряженную частицу отпускают в однородном электрическом поле. Через время $\tau$ отпускают ещё одну частицу с такими же массой и зарядом. Определите, через какое время после начала движения первой частицы расстояния, пройденные этими частицами, будут отличаться в 2 раза, если известно, что обе частицы отпускали с нулевой начальной скоростью. Взаимодействием между частицами пренебречь.

**Решение.**

В однородном электрическом поле заряженная частица движется равноускорено. **(2 б.)**

Обозначим ускорение частиц $a$. Так как частицы начинают двигаться с нулевой начальной скоростью, то первая частица двигается по закону:

$$S_1 = \frac{at^2}{2}, \qquad (1)$$ **(1 б.)**

а вторая частица, начавшая движение спустя время $\tau$ после первой, двигается по закону:

$$S_2 = \frac{a(t-\tau)^2}{2} \qquad (2)$$ **(1 б.)**

Определим, через какое время после начала движения первой частицы расстояния, пройденные этими частицами, будут отличаться в 2 раза, т.е. когда выполнится условие:

$$S_1 = 2S_2 \qquad (3)$$

Подставив (1) и (2) в (3) и сократив на $a$, получим квадратное уравнение:

$$t^2 = 2(t-\tau)^2$$ **(2 б.)**

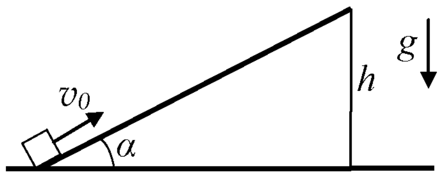
Решая квадратное уравнение, находим:

$$t_{1,2} = \left(2 \pm \sqrt{2}\right)\tau$$ **(2 б.)**

Корень $t_2 = \left(2 - \sqrt{2}\right)\tau \le \tau$ не подходит, так как в этот момент времени вторая частица ещё не начала двигаться. **(2 б.)**

**Ответ**: $t = \left(2 + \sqrt{2}\right)\tau$

3. При какой минимальной начальной скорости $v_0$ тело, находящееся у основания наклонной плоскости высотой $h$ и углом наклона α сможет добраться до верха? Ускорение свободного падения равно $g$, коэффициент трения тела о поверхность равен μ.




**Решение.**

Из закона сохранения энергии:

$$\frac{mv_0^2}{2} + A = mgh \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

где $A$ — работа силы трения. Сила трения на наклонной плоскости равна:

$$F_{\text{тр}} = \mu mg\cos\alpha \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Поднимаясь на высоту $h$, тело проходит вдоль плоскости расстояние, равное:

$$l = \frac{h}{\sin\alpha} \qquad \textbf{(2 б.)}$$

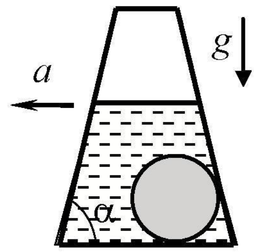
Силы трения совершает отрицательную работу, т.к. сила трения направлена противоположно перемещению тела:

$$A = -F_{\text{тр}}l = -\mu mgh\cdot \text{ctg}\alpha \qquad (2) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

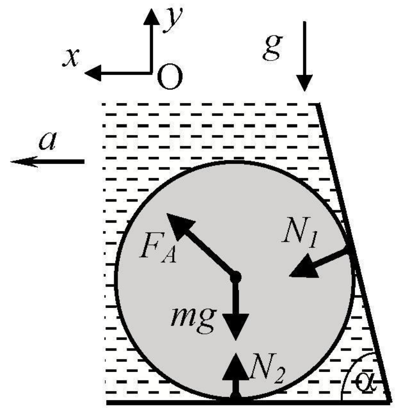
Подставив (2) в (1) и выразив $v_0$, получим:

**Ответ**: $v_0 = \sqrt{2gh(1+\mu \text{ctg}\alpha)}$ **(2 б.)**

4. Стеклянный шарик плотностью ρ находится в сосуде, частично заполненном водой и имеющем форму усечённого конуса. Плотность воды равна $\rho_0$, $\rho>\rho_0$. Угол между образующей конуса и горизонтальным дном равен α. Внутренняя поверхность сосуда гладкая. Сосуд двигается с горизонтальным ускорением *a*. Определите, с какой силой шарик давит на дно сосуда.




**Решение.**




Выберем оси так, как показано на рисунке. Благодаря тому, что жидкость движется с горизонтальным ускорением равным *a*, её поверхность наклоняется и градиент давления воды — теперь не вертикальный, а направлен под углом $\operatorname{arctg}(a/g)$ к вертикали. Это приводит к тому, что выталкивающая сила Архимеда также направлена не вертикально вверх, а равняется:

$$\vec{F}_A = \rho_0 V(\vec{a}-\vec{g}), \qquad (1) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

где $V$ — объём шарика.

Запишем второй закон Ньютона для шара в проекции на оси OX и OY, учитывая (1):

OX: $$N_1 \sin\alpha + \rho_0 V a = ma \qquad (2) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

OY: $$N_2 + \rho_0 V g - mg - N_1 \cos\alpha = 0 \qquad (3) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Выразив $N_1$ из (2) и подставив в (3), найдём:

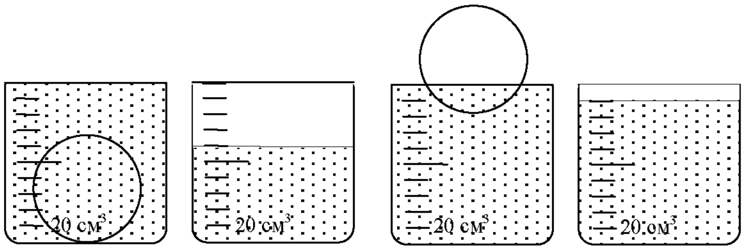
$$N_2 = mg - \rho_0 V g + (ma - \rho_0 V a)\operatorname{ctg}\alpha \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Учитывая, что сила $P$, с которой шарик давит на дно, по величине равна силе $N_2$ **(1 б.)**, а также, что $m=\rho V$, получим:

**Ответ**: $P = (\rho - \rho_0)\cdot V \cdot (g + a\cdot \operatorname{ctg}\alpha)$ **(2 б.)**

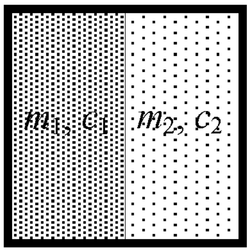
# Олимпиада школьников «Будущее Сибири» — 2012-2013
## II этап
## Физика 8 класс

1. Юный физик Петя заметил, что один из его игрушечных шариков тонет в воде, а другой плавает, несмотря на то, что шарики одинаковые по размеру. Петя решил определить плотность материала, из которого сделан более лёгкий шарик. Он по очереди осторожно отпускал шарики в полностью наполненный водой мерный стакан объёмом 200 см$^3$, и затем осторожно извлекал шарики из стакана. Результаты измерений показаны на рисунке. Помогите Пете определить плотность материала лёгкого шарика. Плотность воды равна 1 г/см$^3$.

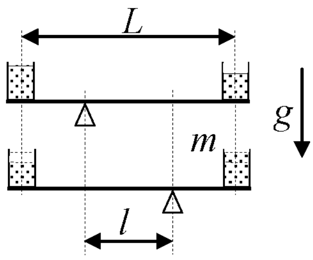



2. Мальчик прошёл первые 25% пути со скоростью 1м/с, а остальной путь проехал на велосипеде. Определите скорость, с которой он ехал на велосипеде, если известно, что средняя скорость оказалась равной 3м/с.

3. В калориметре находятся два сосуда, разделённые теплопроводящей стенкой. В первый сосуд наливают жидкость массы $m_1$ и удельной теплоёмкости $c_1$, а во второй жидкость удельной теплоёмкости $c_2$. Найдите массу $m_2$ жидкости, налитой во второй сосуд, если известно, что после установления теплового равновесия первая жидкость нагрелась на 1/3 от начальной разницы температур.




4. Два стакана с различным количеством воды уравновешены на разноплечих рычажных весах. Расстояние между центрами стаканов равно $L$. Часть воды массы $m$ перелили из одного стакана в другой. Оказалось, что если при этом опору весов сдвинуть на расстояние $l$, то весы снова придут в равновесие. Найти массу $M$ всей воды в обоих стаканах. Массой самих весов и стаканов пренебречь.



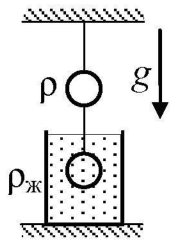

**Внимание!** Задача считается решённой, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

## Желаем успехов!

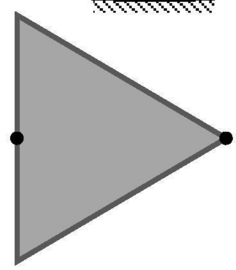
# Олимпиада школьников «Будущее Сибири» — 2012-2013
## II этап
## Физика 9 класс

1. Два резистора соединили параллельно и измерили результирующее сопротивление. Затем эти же резисторы соединили последовательно и снова измерили сопротивление. В первом случае измерительный прибор показал 1,2 Ом, во втором случае 3,4 МОм. Чему равны сопротивления резисторов?

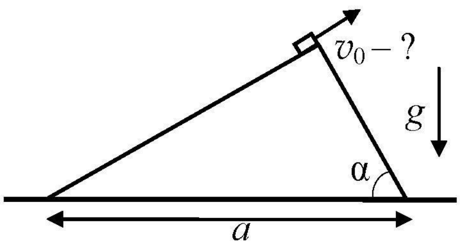
2. Два одинаковых шарика плотностью $\rho$ подвешены на нитях один над другим. При этом нижний шарик полностью погружен в жидкость. Чему равна плотность жидкости $\rho_ж$, если натяжение верхней нити равно $T_1$, а нижней — $T_2$?




3. Лиса Алиса и кот Базилио решили вдвоём унести лист железа, имеющий форму правильного треугольника, подняв его за вершину треугольника и середину противоположной стороны. Найдите максимальную массу листа, который они смогут унести, если лиса Алиса способна нести груз, не превышающий 5 кг, а кот Базилио может нести груз любой массы.



4. Трамплин имеет прямой угол при вершине и угол $\alpha = 60°$ справа при основании. Какую минимальную скорость на вершине трамплина нужно иметь мотоциклисту, чтобы он после отрыва не опустился на его правый склон? Основание трамплина имеет размер $a$. Влиянием воздуха пренебречь.

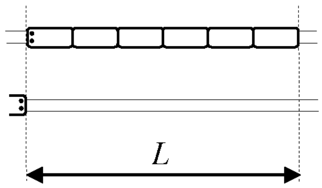



5. Длинный брусок лежит на горизонтальном столе. Поверх него слева кладут маленький брусок и протаскивают его вправо с постоянной скоростью $v_1$ относительно стола. После того как он проскальзывает по всей поверхности длинного бруска, последний приобретает скорость $u_1$. С какой скоростью относительно стола нужно перемещать маленький брусок, чтобы после проскальзывания по всей поверхности длинного бруска, он сообщил ему скорость $u_2$ ($u_2 < u_1$)? Трения между длинным бруском и столом нет.

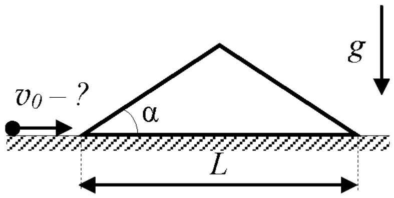
**Внимание!** Задача считается решённой, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

## Желаем успехов!

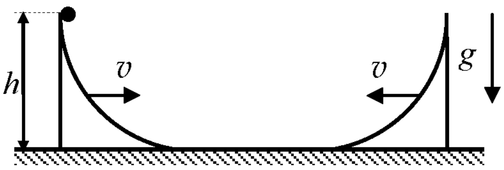
# Олимпиада школьников «Будущее Сибири» — 2012-2013
# II этап
# Физика   10 класс



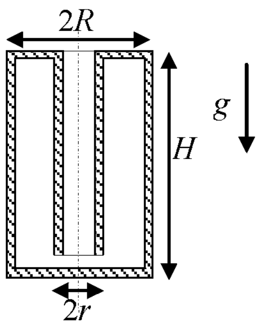

1. В момент времени, когда поезд метро отправляется со станции налево, справа на станцию въезжает другой поезд, движущийся в противоположном направлении. Определить, на каком расстоянии от левого края станции встретятся хвост отправляющегося поезда и голова прибывающего, считая, что вдоль станции поезда двигаются равноускоренно с равными по модулю ускорениями, а длина поездов одинакова и равна длине станции $L$.



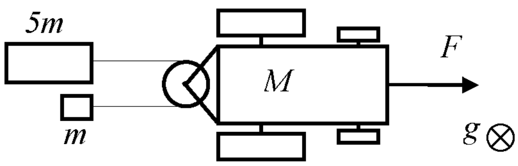

2. Скользящий по горизонтальной поверхности маленький шарик упруго соударяется с закреплённым препятствием, сечение которого представляет собой равнобедренный треугольник с основанием $L$ и углом при основании $\alpha = 30°$. При какой минимальной скорости шарик перелетит через препятствие, больше не соударяясь с ним? Ускорение свободного падения $g$. Влиянием воздуха пренебречь.




3. Шарик соскальзывает по склону левого клина высоты $h$, затем поднимается по склону правого клина (см. рис.). На какую максимальную высоту он в результате подпрыгнет, если клинья движутся навстречу друг другу с одинаковыми по величине постоянными скоростями $v$? Боковые поверхности клиньев представляют собой в сечении четверти окружностей одинакового радиуса. Клинья не успевают столкнуться, пока шарик движется по ним.




4. Чернильница представляет собой фигуру вращения, сечение которой изображено на рисунке. Какой объем чернил можно в неё налить? Радиусы внешней и внутренней цилиндрических поверхностей равны $R$ и $r$ соответственно. Чернильница стоит вертикально, наполняют ее медленно. Плотность чернил $\rho$, ускорение свободного падения $g$ атмосферное давление $P_0$, высота чернильницы $H$. Зазор снизу между дном и внутренним цилиндром незначительный. Толщиной стенок пренебречь.




5. Два бруска массы $m$ и $5m$, связанные тонкой лёгкой нитью, покоятся на столе. Нить слегка натянута и перекинута через лёгкий блок, закреплённый сзади у игрушечного трактора массы $M$ (на рисунке вид сверху). Трактор снабжён колёсами, поэтому силой трения между ним и полом можно пренебречь. Коэффициент трения между брусками и полом равен $\mu$. Какую минимальную горизонтальную силу $F_1$ надо приложить к трактору, чтобы он мог двигаться? При какой минимальной горизонтальной силе $F_2$ будут двигаться оба бруска? Ускорение свободного падения $g$.

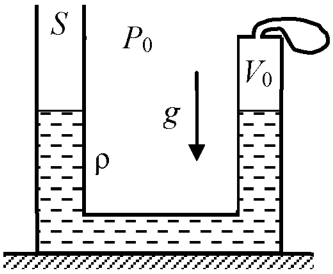
**Внимание!** Задача считается решённой, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

**Желаем успехов!**

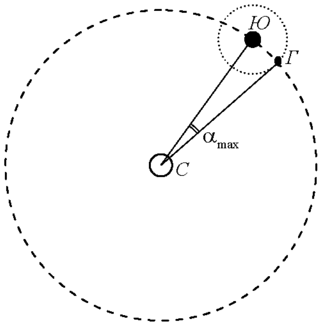
# Олимпиада школьников «Будущее Сибири» — 2012-2013
# II этап
# Физика 11 класс

1. Два резистора соединили параллельно и измерили результирующее сопротивление. Затем эти же резисторы соединили последовательно и снова измерили сопротивление. В первом случае измерительный прибор показал 1,23 Ом, во втором случае 4,56 МОм. Чему равны сопротивления резисторов?

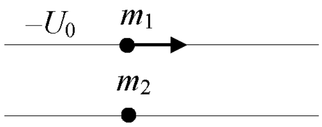
2. Трубка площадью сечения $S$, имеющая форму сообщающихся сосудов, частично заполнена водой плотностью $\rho$. На правое колено трубки надет сдутый резиновый шарик. Объём воздуха между шариком и поверхностью жидкости в правом колене равен $V_0$. В левое колено трубки долили воды так, что шарик надулся до объёма $V_0/2$, при этом давление в шарике достигло значения $2P_0$, где $P_0$ — атмосферное давление. Определите объём воды, долитой в левое колено трубки. Ускорение свободного падения равно $g$. Капиллярными явлениями пренебречь. Температуру считать постоянной.




3. Юпитер совершает оборот вокруг Солнца за 4300 суток. Ганимед (спутник Юпитера) совершает оборот вокруг Юпитера за 7,2 суток. Максимальный угол Юпитер–Солнце–Ганимед ($\alpha_{max}$) равен 0,0014 радиан. Определите по этим данным, во сколько раз масса Солнца больше массы Юпитера. Все орбиты считать круговыми.



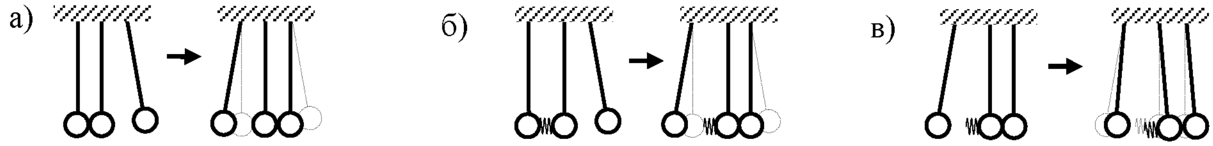

4. На двух бесконечных параллельных спицах покоятся разноимённо заряженные маленькие бусинки массой $m_1$ и $m_2$. Энергия их электростатического взаимодействия равна $(-U_0)$. Бусинке массы $m_1$ сообщают такую начальную скорость, что она уходит от второй бусинки на бесконечность. Какую максимальную скорость при этом может приобрести вторая бусинка? Трения нет.




5. Оцените количество электроэнергии в киловатт-часах, которую должен использовать подъемный кран, чтобы построить кирпичный пятиэтажный дом.

*Предполагается, что Вы хорошо представляете явление, можете сами задать недостающие и необходимые для решения задачи величины, выбрать их числовые значения и получить численный результат.*

6. Задача-демонстрация. Маятник Ньютона состоит из трёх одинаковых металлических шариков, подвешенных на нитях так, что шарики могут отклоняться в одной плоскости. В положении равновесия нити вертикальны, а шарики касаются друг друга. Если отвести правый шарик в сторону и отпустить, то после удара средний и правый шарики останутся на



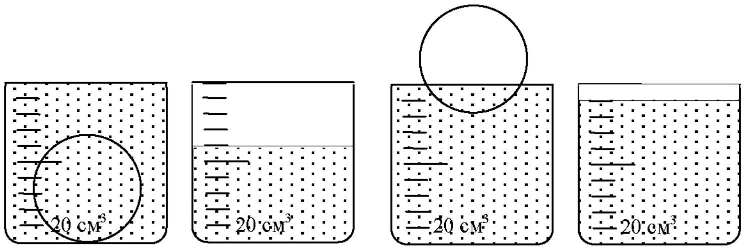

месте, а левый отклоняется влево. Установим лёгкую пружину между левым и средним шариками, прикрепив её к среднему шарику. Отведём правый шарик в сторону и отпустим. После первого удара средний шарик остаётся на месте, а левый отклоняется. То есть поведение системы такое же, как и в отсутствие пружины. Теперь отведём левый шарик в сторону и отпустим. После удара поведение системы резко изменилось: левый шарик отклонился влево, а средний и правый шарики вместе отклонились вправо. Объясните наблюдаемое явление.

**Внимание!** Задача считается решённой, если, помимо правильного ответа, приведены необходимые объяснения.

**Желаем успехов!**

# Олимпиада школьников «Будущее Сибири» — 2012-2013
## II этап
## Физика 8 класс

1. Юный физик Петя заметил, что один из его игрушечных шариков тонет в воде, а другой плавает, несмотря на то, что шарики одинаковые по размеру. Петя решил определить плотность материала, из которого сделан более лёгкий шарик. Он по очереди осторожно отпускал шарики в полностью наполненный водой мерный стакан объёмом 200 см$^3$, и затем осторожно извлекал шарики из стакана. Результаты измерений показаны на рисунке. Помогите Пете определить плотность материала лёгкого шарика. Плотность воды равна 1 г/см$^3$.




**Решение:**

Цена деления шкалы мерного стакана равна 20 см$^3$. Объём вытесненной воды равен погруженному в воду объёму шарика. **(2 б.)**

Если шарик полностью погружен в воду, как в случае с более тяжёлым шариком, то объём вытесненной воды равен объёму шарика. Определив объём вытесненной воды, найдём, что объём шариков равен:

$$V = 4 \cdot 20\ \text{см}^3 = 80\ \text{см}^3$$ **(1 б.)**

Объём погруженной части лёгкого шарика равен:

$$V_\text{п} = 20\ \text{см}^3$$ **(1 б.)**

Шарик находится в равновесии, поэтому сила тяжести уравновешивается выталкивающей силой Архимеда:

$$\rho V g = \rho_0 V_\text{п} g,$$ **(2 б.)**

где $g$ — ускорение свободного падения, $\rho_0$ — плотность воды, а $\rho$ — искомая плотность материала лёгкого шарика. Выразив отсюда $\rho$, найдём:

$$\rho = \frac{V_\text{п}}{V}\rho_0,$$ **(2 б.)**

Подставив численные значения, найдём **ответ**: $\rho = \frac{V_\text{п}}{V}\rho_0 = 0,25\ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}$. **(2 б.)**

2. Мальчик прошёл первые 25% пути со скоростью 1м/с, а остальной путь проехал на велосипеде. Определите скорость, с которой он ехал на велосипеде, если известно, что средняя скорость оказалась равной 3м/с.

**Решение.**

Пусть $v_1$ и $v_2$ — скорости, с которой мальчик шёл пешком и ехал на велосипеде соответственно, а $S$ — длина всего пути, который он преодолел. Тогда полное время, которое мальчик затратил на весь путь равно:

$$t = \frac{0,25S}{v_1} + \frac{(1-0,25)S}{v_2} \qquad (1)$$

**(6 б.)**

С другой стороны средняя скорость за весь путь равна:

$$v_{\text{ср}} = \frac{S}{t} \qquad (2)$$

**(2 б.)**

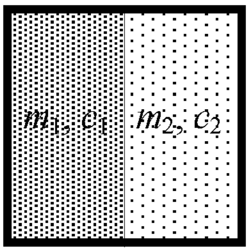
Из равенств (1) и (2) найдём:

$$v_2 = \frac{0,75}{\frac{1}{v_{\text{ср}}} - 0,25\frac{1}{v_1}} = 9\,\frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

**(2 б.)**

**Ответ**: $v_2 = 9\,\frac{\text{м}}{\text{с}}$.

3. В калориметре находятся два сосуда, разделённые теплопроводящей стенкой. В первый сосуд наливают жидкость массы $m_1$ и удельной теплоёмкости $c_1$, а во второй жидкость удельной теплоёмкости $c_2$. Найдите массу $m_2$ жидкости, налитой во второй сосуд, если известно, что после установления теплового равновесия первая жидкость нагрелась на 1/3 от начальной разницы температур.




**Решение:**

Запишем уравнение теплового баланса:

$$c_1 m_1 \Delta T_1 + c_2 m_2 \Delta T_2 = 0. \qquad (1)$$

**(4 б.)**

Пусть $\Delta T$ — начальная разница температур. По условию известно, что первая жидкость нагрелась на 1/3 от начальной разницы температур, т.е.:

$$\Delta T_1 = \frac{1}{3}\Delta T. \qquad (2)$$

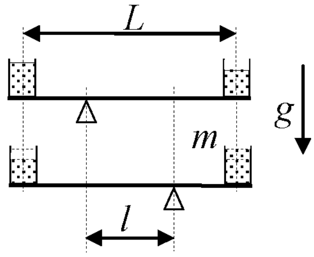
**(2 б.)**

Тогда, в результате установления теплового равновесия, температура второй жидкости изменилась на:

$$\Delta T_2 = -\frac{2}{3}\Delta T\,. \qquad (3) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Подставив (2) и (3) в (1) и выразив $m_2$, найдём **ответ**: $m_2 = \dfrac{c_1}{2c_2}m_1$. **(2 б.)**

4. Два стакана с различным количеством воды уравновешены на разноплечих рычажных весах. Расстояние между центрами стаканов равно $L$. Часть воды массы $m$ перелили из одного стакана в другой. Оказалось, что если при этом опору весов сдвинуть на расстояние $l$, то весы снова придут в равновесие. Найти массу $M$ всей воды в обоих стаканах. Массой самих весов и стаканов пренебречь.




**Решение.**

Обозначим в начальном состоянии массу воды в стаканах — $m_1$ и $m_2$, а соответствующие плечи весов — $l_1$ и $l_2$. Условие равновесия весов в начальном состоянии имеет вид:

$$m_1 l_1 = m_2 l_2\,. \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б)}$$

После перелива воды аналогичное условие равновесия запишется в виде:

$$(m_1 - m)(l_1 + l) = (m_2 + m)(l_2 - l)\,. \qquad (2) \qquad \textbf{(4 б)}$$

Вычтя из уравнения (2) уравнение (1), получим:

$$m_1 l - m(l_1 + l) = -m_2 l + m(l_2 - l) \text{ или } (m_1 + m_2)l = m(l_1 + l_2)\,.$$

Подставив сюда $L = l_1 + l_2$, **(1 б)**

найдём **ответ:** $M = m_1 + m_2 = \dfrac{L}{l}m$. **(2 б)**

## Олимпиада школьников «Будущее Сибири» — 2012-2013

## II этап
## Физика 9 класс

1. Два резистора соединили параллельно и измерили результирующее сопротивление. Затем эти же резисторы соединили последовательно и снова измерили сопротивление. В первом случае измерительный прибор показал 1,2 Ом, во втором случае 3,4 МОм. Чему равны сопротивления резисторов?

**Решение.**

По условию задачи, сопротивление последовательно соединённых резисторов более чем в миллион раз больше сопротивления тех же резисторов, соединённых параллельно. Это возможно только в том случае, когда сопротивление одного из резисторов ($R$) много больше сопротивления другого ($r$):

$$R \gg r. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Когда резисторы соединены параллельно, почти весь ток течёт через резистор с меньшим сопротивлением ($r$). Поэтому сопротивление всей цепи (1,2 Ом) почти не зависит от наличия второго резистора и приблизительно равно $r$:

$$r \approx 1{,}2 \text{ Ом}. \qquad (1)$$

При последовательном соединении резисторов результирующее сопротивление равно $R + r$:

$$r + R = 3{,}4 \text{ МОм}.$$

В последнем равенстве можно пренебречь меньшим сопротивлением $r$, так как его величина заведомо меньше погрешности измерительного прибора (равной 0,1 МОм в данном случае):

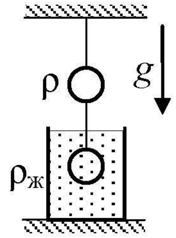
$$R = 3{,}4 \text{ МОм}. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Сопротивления резисторов различаются более чем в миллион раз. Поэтому в случае параллельного соединения через больший резистор протекает менее чем миллионная доля полного тока. Следовательно, погрешность в приближённом равенстве (1) не превышает 1/1.000.000, т. е. заведомо меньше погрешности прибора. Это значит, что все значащие цифры в (1) достоверны:

$$r = 1{,}2 \text{ Ом}. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

**Ответ:** 1,2 Ом, 3,4 МОм.

(**Примечание.** Задача может быть решена и более «привычным» способом — нахождением $r$ и $R$ из системы уравнений $rR/(r+R) = 1{,}2$ Ом, $r + R = 3{,}4 \cdot 10^6$ Ом. В этом случае за правильную запись каждого из этих уравнений начисляется по 2 балла. Правильно решённая задача оценивается в 10 баллов. Если же, при правильном решении, в ответе приведены «лишние» значащие цифры, то за это снимается 1 балл.)




2. Два одинаковых шарика плотностью ρ подвешены на нитях один над другим. При этом нижний шарик полностью погружен в жидкость. Чему равна плотность жидкости $\rho_ж$, если натяжение верхней нити равно $T_1$, а нижней — $T_2$?

**Решение.**

На верхний шарик действуют: сила тяжести $mg$ (вниз) и силы со стороны нитей $T_1$ (вверх) и $T_2$ (вниз). Условие равновесия этого шарика можно записать в виде:

$$mg = T_1 - T_2. \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б)}$$

На нижний шарик, помимо силы тяжести $mg$ (вниз) и силы со стороны нити $T_2$ (вверх), действует также сила Архимеда

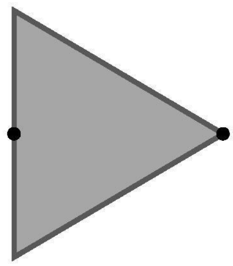
$$\rho_ж \frac{m}{\rho} g, \qquad \textbf{(2 б)}$$

направленная вверх. Таким образом, условие равновесия для нижнего шарика можно записать в виде:

$$mg - \rho_ж \frac{m}{\rho} g = T_2. \qquad (2) \qquad \textbf{(3 б)}$$

Разделив уравнение (2) на уравнение (1), получим: $1 - \frac{\rho_ж}{\rho} = \frac{T_2}{T_1 - T_2}$,

откуда найдём **ответ:** $\rho_ж = \frac{T_1 - 2T_2}{T_1 - T_2}\rho$. **(2 б)**



3. Лиса Алиса и кот Базилио решили вдвоём унести лист железа, имеющий форму правильного треугольника, подняв его за вершину треугольника и середину противоположной стороны. Найдите максимальную массу листа, который они смогут унести, если лиса Алиса способна нести груз, не превышающий 5 кг, а кот Базилио может нести груз любой массы.

**Решение.**

Из соображений симметрии ясно, что центр масс $O$ листа железа находится в центре треугольника, который является также и точкой пересечения его медиан. По известному свойству медиан треугольника, точка $O$ делит медиану $AB$ в соотношении 2:1,

$$AO : OB = 2 : 1, \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

где $A$ — вершина треугольника, $B$ — середина противоположной стороны. Чтобы оптимально распределить нагрузку, лиса Алиса должна держать лист в точке $A$, а кот Базилио — в точке $B$. **(1 б.)**

Приравнивая к нулю суммарный момент сил (относительно точки $O$), приложенных Алисой $(F_A)$ и Базилио $(F_B)$, получим:

$$F_A \cdot |OA| - F_B \cdot |OB| = 0, \qquad \textbf{(2 б.)}$$

что, с учётом (1), даёт

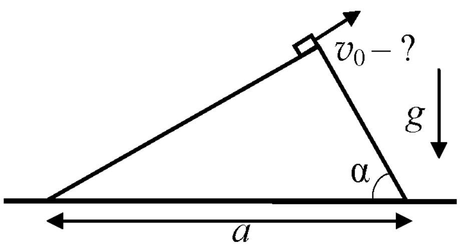
$$F_B = 2F_A. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Таким образом, вес листа железа $(F_A + F_B)$ равен $3F_A$. Поэтому лиса Алиса и кот Базилио вдвоём могут унести груз, в 3 раза больший, чем может поднять Алиса, т. е. 15 кг.

**Ответ:** 15 кг. **(2 б.)**

(**Примечание:** вместо приравнивания к нулю момента сил можно воспользоваться правилом рычага.)

4. Трамплин имеет прямой угол при вершине и угол $\alpha = 60°$ справа при основании. Какую минимальную скорость на вершине трамплина нужно иметь мотоциклисту, чтобы он после отрыва не опустился на его правый склон? Основание трамплина имеет размер $a$. Влиянием воздуха пренебречь.




**Решение.**

Пусть $v_0$ — искомая скорость. Найдём её горизонтальную $(v_{0г})$ и вертикальную $(v_{0в})$ составляющие:

$$v_{0г} = v_0 \sin\alpha = \frac{v_0\sqrt{3}}{2}, \qquad (1) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

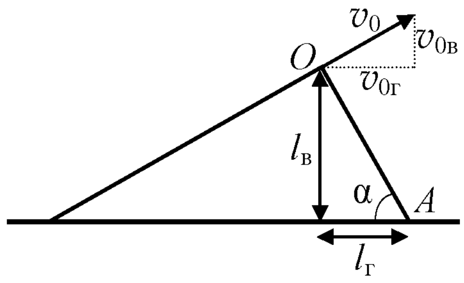
$$v_{0в} = v_0 \cos\alpha = \frac{v_0}{2}. \qquad (2) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Найдём расстояние по горизонтали $(l_г)$ и по вертикали $(l_в)$ между вершиной трамплина $O$ и нижней точкой правого склона $A$:

$$|OA| = a\cos\alpha = a/2,$$

$$l_{\text{г}} = |OA|\cos\alpha = |OA|\cdot\frac{1}{2} = \frac{a}{4}, \qquad (3) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

$$l_{\text{в}} = |OA|\sin\alpha = |OA|\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}. \qquad (4) \qquad \textbf{(1 б.)}$$




Так как $v_0$ — минимальная скорость, при которой мотоциклист не попадает на правый склон, то он, при движении с начальной скоростью $v_0$, приземлится в точке $A$. Движение мотоциклиста из $O$ в $A$ — равномерное по горизонтали (со скоростью $v_{0\text{г}}$) и равноускоренное по вертикали (с ускорением $-g$ и начальной скоростью $v_{0\text{в}}$). Пусть $t$ — время полёта мотоциклиста из $O$ в $A$. Запишем выражения для перемещений мотоциклиста за время $t$ по горизонтали и по вертикали, и приравняем их к $l_{\text{г}}$ и $l_{\text{в}}$, соответственно:

$$v_{0\text{г}}t = l_{\text{г}}, \qquad (5) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

$$v_{0\text{в}}t - \frac{gt^2}{2} = -l_{\text{в}}. \qquad (6) \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Выразим $t$ из уравнения (5) с учётом (1) и (3):

$$t = \frac{l_{\text{г}}}{v_{0\text{г}}} = \frac{a}{2v_0\sqrt{3}}.$$

Подставив в (6) полученное выражение для $t$, а также выражения (2) и (4) для $v_{0\text{в}}$ и $l_{\text{в}}$, получим уравнение для $v_0$:

$$\frac{v_0}{2}\cdot\frac{a}{2v_0\sqrt{3}} - \frac{g}{2}\cdot\frac{a^2}{12v_0^2} = -\frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Отсюда находим: **ответ:** $v_0 = \sqrt{\dfrac{ga}{8\sqrt{3}}}$. **(2 б.)**

5. Длинный брусок лежит на горизонтальном столе. Поверх него слева кладут маленький брусок и протаскивают его вправо с постоянной скоростью $v_1$ относительно стола. После того как он проскальзывает по всей поверхности длинного бруска, последний приобретает скорость $u_1$. С какой скоростью относительно стола нужно перемещать маленький брусок, чтобы после

проскальзывания по всей поверхности длинного бруска, он сообщил ему скорость $u_2$ ($u_2 < u_1$)? Трения между длинным бруском и столом нет.

**Решение.**

Пусть $l$ — длина большого бруска. Пока маленький брусок проскальзывает по поверхности большого бруска, на последний действует постоянная сила трения $F_{тр}$, которая разгоняет его с постоянным ускорением $a$ **(2 б.)**. Тогда скорость, которую приобретёт большой брусок в первом случае, равна:

$$u_1 = at_1, \qquad (1) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

где $t_1$ — время движения маленького бруска по большому. В системе отсчёта, связанной с маленьким бруском, перемещение большого бруска равно $l$:

$$v_1 t_1 - a\frac{t_1^2}{2} = l. \qquad (2) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Выразив $t_1$ из (1) и подставив в (2), получим:

$$\frac{v_1 u_1}{a} - \frac{u_1^2}{2a} = l. \qquad (3) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

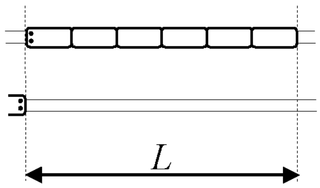
Аналогичные рассуждения во втором случае дают:

$$\frac{v_2 u_2}{a} - \frac{u_2^2}{2a} = l, \qquad (4) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

где $v_2$ — скорость, которую приобретёт большой брусок во втором случае. Приравняв левые части (3) и (4) и выразив из полученного уравнения $v_2$, находим

**ответ**: $v_2 = \dfrac{u_1(2v_1 - u_1) + u_2^2}{2u_2}$. **(2 б.)**

## Олимпиада школьников «Будущее Сибири» — 2012-2013
## II этап
## Физика 10 класс



1. В момент времени, когда поезд метро отправляется со станции налево, справа на станцию въезжает другой поезд, движущийся в противоположном направлении. Определить, на каком расстоянии от левого края станции встретятся хвост отправляющегося поезда и голова прибывающего, считая, что вдоль станции поезда двигаются равноускоренно с равными по модулю ускорениями, а длина поездов одинакова и равна длине станции $L$.

**Решение:**

Оба поезда двигаются равноускоренно, с равными по модулю и направлению ускорениями. **(2 б.)**

Направим ось OX вдоль станции слева направо, а за начало отсчёта выберем левый край станции, тогда голова прибывающего поезда движется по закону:

$$x_1(t) = v_0 t - \frac{at^2}{2}, \qquad (1)$$ **(2 б.)**

а хвост отъезжающего — по закону:

$$x_2(t) = L - \frac{at^2}{2}. \qquad (2)$$ **(2 б.)**

Приравнивая правые части уравнений (1) и (2), получим:

$$v_0 t = L.$$

Выразив отсюда время встречи $t$, и подставив в (2), найдём:

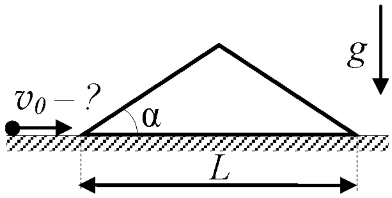
$$x = L - \frac{aL^2}{2v_0^2}. \qquad (3)$$

В момент времени, когда голова прибывающего поезда достигнет правого края станции, поезд остановится — конечная скорость станет равной нулю, поэтому можно написать:

$$L = \frac{v_0^2}{2a}. \qquad (4)$$ **(2 б.)**

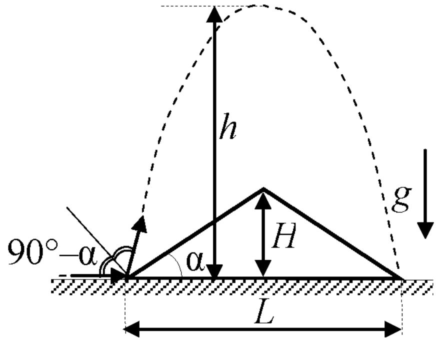
Из уравнений (3) и (4), найдём **ответ**: $x = \frac{3}{4}L$. **(2 б.)**

2. Скользящий по горизонтальной поверхности маленький шарик упруго соударяется с закреплённым препятствием, сечение которого представляет собой равнобедренный треугольник с основанием $L$ и углом при основании $\alpha = 30°$. При какой минимальной скорости шарик перелетит через препятствие, больше не соударяясь с ним? Ускорение свободного падения $g$. Влиянием воздуха пренебречь.




**Решение:**

Угол между направлением начальной скорости и перпендикуляром, опущенным на поверхность препятствия в точке соударения равен $90°–\alpha$. Отразившись упруго от поверхности препятствия, шарик полетит под углом $2\alpha$ к горизонту с начальной скоростью, равной по модулю скорости до удара. **(2 б.)**




Тело, брошенное под углом $2\alpha$ к горизонту, в поле тяжести движется по параболической траектории. При этом дальность полёта равна:

$$l = \frac{v_0^2 \sin 4\alpha}{g}. \qquad (1)$$ **(2 б.)**

Шарик перелетит через препятствие, больше не соударяясь с ним, при условии:

$$l > L.$$

Подставляя сюда выражение (1), найдём минимальную скорость:

$$v_0 = \sqrt{\frac{gL}{\sin 4\alpha}}. \qquad (2)$$ **(2 б.)**

Убедимся в том, что при таком движении, шарик не ударится о препятствие. Проверим, что максимальная высота, на которую поднимется шарик, больше высоты препятствия.

Высота препятствия равна:

$$H = \frac{L}{2}\mathrm{tg}\alpha,$$

а максимальная высота, на которую поднимется шарик, равна:

$$h = \frac{v_0^2 \sin^2 2\alpha}{2g}.$$

Подставляя сюда выражение для скорости из (2), получим:

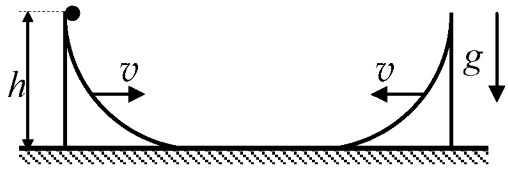
$$h = \frac{L}{4}\mathrm{tg}2\alpha\,.$$

Легко убедиться, что при угле $\alpha < 45°$:

$$h > H\,.$$

Это означает, что при угле $\alpha = 30°$ шарик не ударится о препятствие. **(2 б.)**

Подставляя значение угла $\alpha = 30°$ в выражение (2), найдём **ответ**: $v_0 = \sqrt{\frac{2gL}{\sqrt{3}}}$. **(2 б.)**




3. Шарик соскальзывает по склону левого клина высоты $h$, затем поднимается по склону правого клина (см. рис.). На какую максимальную высоту он в результате подпрыгнет, если клинья движутся навстречу друг другу с одинаковыми по величине постоянными скоростями $v$? Боковые поверхности клиньев представляют собой в сечении четверти окружностей одинакового радиуса. Клинья не успевают столкнуться, пока шарик движется по ним.

**Решение:**

Сначала перейдём в систему отсчёта левого клина. Из закона сохранения энергии:

$$mgh = \frac{mv_{0л}{}^2}{2}\,.$$

выразим скорость, которую приобретёт шарик в системе отсчёта левого клина после того, как шарик скатится с него:

$$v_{0л} = \sqrt{2gh}\,. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Теперь перейдём в систему отсчёта правого клина. Начальная скорость шарика, т.е. скорость, которую имеет шарик в момент времени, когда шарик встретится с правым клином, в этой системе отсчёта равна:

$$v_{0п} = v_{0л} + 2v = \sqrt{2gh} + 2v\,. \qquad (1) \qquad \textbf{(3 б.)}$$

Из закона сохранения энергии:

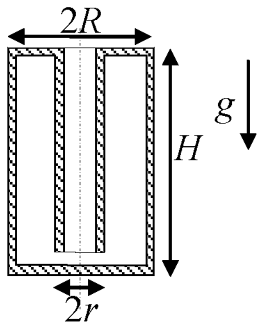
$$\frac{mv_{0п}{}^2}{2} = mgH\,.$$

определим максимальную высоту, на которую поднимется шарик:

$$H = \frac{{v_{0п}}^2}{2g}.$$ **(3 б.)**

Подставляя сюда выражение (1) для скорости, найдём **ответ**: $H = \frac{\left(\sqrt{2gh} + 2v\right)^2}{2g}$. **(2 б.)**

4. Чернильница представляет собой фигуру вращения, сечение которой изображено на рисунке. Какой объем чернил можно в неё налить? Радиусы внешней и внутренней цилиндрических поверхностей равны $R$ и $r$ соответственно. Чернильница стоит вертикально, наполняют её медленно. Плотность чернил ρ, ускорение свободного падения $g$ атмосферное давление $P_0$, высота чернильницы $H$. Зазор снизу между дном и внутренним цилиндром незначительный. Толщиной стенок пренебречь.




**Решение.**

Так как чернила наливают медленно, то температуру воздуха в чернильнице можно считать постоянной. Когда начинают наливать чернила, воздух в промежутке между цилиндрами начинает сжиматься, а его давление увеличиваться в соответствии с законом Бойля — Мариотта:

$$P_0 HS = P(H-h)S, \qquad (1)$$ **(2 б.)**

где $S = \pi(R^2 - r^2)$, $h$ — высота столба жидкости, находящейся между цилиндрами, а $P$ — давление воздуха, находящегося между цилиндрами после того, как налили чернила. Это давление уравновешивается столбом жидкости, находящейся во внутреннем цилиндре:

$$P = P_0 + \rho g(H-h). \qquad (2)$$ **(2 б.)**

Сравнивая (1) и (2), найдём:

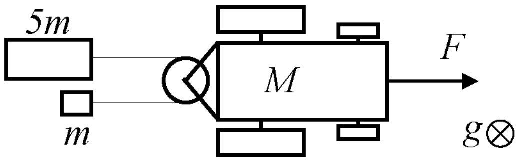
$$P_0 \frac{H}{(H-h)} = \rho g(H-h) + P_0. \qquad (3)$$ **(2 б.)**

Решая (3) относительно $h$ найдём:

$$h = H + \frac{P_0}{2\rho g} \pm \sqrt{\frac{P_0}{\rho g}(H + \frac{P_0}{4\rho g})}. \qquad (4)$$ **(2 б.)**

Учитывая, что $h < H$, выбираем знак "–". Теперь, вычислив объём, получим **ответ**: $V = \pi r^2 H + \pi\left(R^2 - r^2\right)\left(H + \frac{P_0}{2\rho g} - \sqrt{\frac{P_0}{\rho g}\left(H + \frac{P_0}{4\rho g}\right)}\right)$. **(2 б.)**

5. Два бруска массы $m$ и $5m$, связанные тонкой лёгкой нитью, покоятся на столе. Нить слегка натянута и перекинута через лёгкий блок, закреплённый сзади у игрушечного трактора массы $M$ (на рисунке вид сверху). Трактор снабжён колёсами, поэтому силой трения между ним и полом можно пренебречь. Коэффициент трения между брусками и полом равен μ. Какую минимальную горизонтальную силу $F_1$ надо приложить к трактору, чтобы он мог двигаться? При какой минимальной горизонтальной силе $F_2$ будут двигаться оба бруска? Ускорение свободного падения $g$.




**Решение.**

Трактор начнёт двигаться, когда начнёт двигаться маленький брусок, а большой брусок будет всё ещё стоять на месте. Учитывая, что $F_{тр}=\mu N$, а $N=mg$ **(1 б.)**, запишем второй закон Ньютона для трактора и маленького бруска:

$$\begin{cases} F_1 - 2T = 0 \\ T - \mu mg = 0 \end{cases}, \qquad (1) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

где $T$ — сила натяжения нити. Решая (1), найдём: $F_1 = 2\mu mg$ **(1 б.)**.

Запишем второй закон Ньютона для трактора, маленького бруска и большого бруска в момент, когда начнут двигаться оба бруска:

$$\begin{cases} F_2 - 2T = Ma_1 \\ T - \mu mg = ma_2 \\ T - 5\mu mg = 0 \end{cases}. \qquad (2) \qquad \textbf{(4 б.)}$$

Решая (2), и учитывая, что $a_2=2a_1$**(2 б.)**, получим: $F_2=2\,\mu g(5m+M)$ **(1 б.)**.

**Ответ**: $F_1=2\mu mg$; $F_2=2\,\mu g(5m+M)$.

# Олимпиада школьников «Будущее Сибири» — 2012-2013

## II этап
## Физика 11 класс

1. Два резистора соединили параллельно и измерили результирующее сопротивление. Затем эти же резисторы соединили последовательно и снова измерили сопротивление. В первом случае измерительный прибор показал 1,23 Ом, во втором случае 4,56 МОм. Чему равны сопротивления резисторов?

**Решение.**

По условию задачи, сопротивление последовательно соединённых резисторов более чем в миллион раз больше сопротивления тех же резисторов, соединённых параллельно. Это возможно только в том случае, когда сопротивление одного из резисторов ($R$) много больше сопротивления другого ($r$):

$$R \gg r. \qquad \textbf{(2 б.)}$$

Когда резисторы соединены параллельно, почти весь ток течёт через резистор с меньшим сопротивлением ($r$). Поэтому сопротивление всей цепи (1,23 Ом) почти не зависит от наличия второго резистора и приблизительно равно $r$:

$$r \approx 1{,}23\ \text{Ом}. \qquad (1)$$

При последовательном соединении резисторов результирующее сопротивление равно $R + r$:

$$R + r = 4{,}56\ \text{МОм}.$$

В последнем равенстве можно пренебречь меньшим сопротивлением $r$, так как его величина заведомо меньше погрешности измерительного прибора (равной 0,01 МОм в данном случае):

$$R = 4{,}56\ \text{МОм}. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

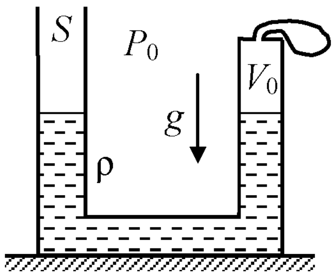
Сопротивления резисторов различаются более чем в миллион раз. Поэтому в случае параллельного соединения через больший резистор протекает менее чем миллионная доля полного тока. Следовательно, погрешность в приближённом равенстве (1) не превышает 1/1.000.000, т. е. заведомо меньше погрешности прибора. Это значит, что все значащие цифры в (1) достоверны:

$$r = 1{,}23\ \text{Ом}. \qquad \textbf{(4 б.)}$$

**Ответ:** 1,23 Ом, 4,56 МОм.

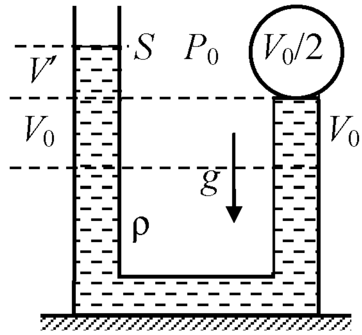
(**Примечание.** Задача может быть решена и более «привычным» способом — нахождением $r$ и $R$ из системы уравнений $rR/(r+R) = 1{,}23$ Ом, $r + R = 4{,}56 \cdot 10^6$ Ом. В этом случае за правильную запись каждого из этих уравнений начисляется по 2 балла. Правильно решённая задача оценивается в 10 баллов. Если же, при правильном решении, в ответе приведены «лишние» значащие цифры, то за это снимается 1 балл.)

2. Трубка площадью сечения $S$, имеющая форму сообщающихся сосудов, частично заполнена водой плотностью ρ. На правое колено трубки надет сдутый резиновый шарик. Объём воздуха между шариком и поверхностью жидкости в правом колене равен $V_0$. В левое колено трубки долили воды так, что шарик надулся до объёма $V_0/2$, при этом давление в шарике достигло значения $2P_0$, где $P_0$ — атмосферное давление. Определите объём воды, долитой в левое колено трубки. Ускорение свободного падения равно $g$. Капиллярными явлениями пренебречь. Температуру считать постоянной.




**Решение:**

В результате доливания воды в левое колено трубки шарик надулся до объёма $V_0/2$, при этом давление в шарике достигло значения $2P_0$. Заметим, что произведение давления на объём газа в шарике совпадает с произведением давления на объём газа, который изначально был заключён между шариком и поверхностью воды:




$$2P_0 \cdot \frac{V_0}{2} = P_0 V_0,$$

тогда очевидно, что весь воздух, изначально заключённый между поверхностью жидкости и шариком, останется только в шарике, а левое колено трубки полностью заполнится водой. **(4 б.)**

Так как давление газа в шарике больше атмосферного, то уровень воды в левом колене будет выше, чем в правом. Следовательно, объём долитой воды равен:

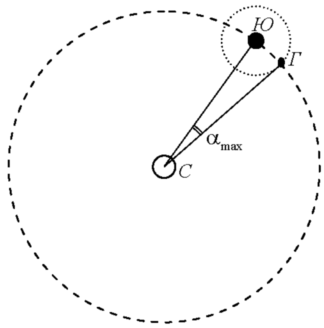
$$V = 2V_0 + V', \qquad (1)$$ **(2 б.)**

где $V'$ — объём воды в левом колене, находящейся выше уровня воды в правом колене. Его давление уравновешивается давлением газа в шарике:

$$P_0 + \rho g \frac{V'}{S} = 2P_0$$ **(2 б.)**

Выразив отсюда $V'$ и подставив в (1), найдём **ответ**: $V = \dfrac{SP_0}{\rho g} + 2V_0$. **(2 б.)**

3. Юпитер совершает оборот вокруг Солнца за 4300 суток. Ганимед (спутник Юпитера) совершает оборот вокруг Юпитера за 7,2 суток. Максимальный угол Юпитер–Солнце–Ганимед ($\alpha_{max}$) равен 0,0014 радиан. Определите по этим данным, во сколько раз масса Солнца больше массы Юпитера. Все орбиты считать круговыми.



**Решение.**

Согласно закону всемирного тяготения, сила притяжения $F_{ЮС}$ Юпитера к Солнцу равна

$$F_{ЮС} = G\frac{M_{Ю}M_{C}}{R^2_{ЮС}}, \qquad (1) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

где $G$ — гравитационная постоянная, $M_Ю$ и $M_C$ — массы Юпитера и Солнца, $R_{ЮС}$ — расстояние Юпитер—Солнце. По второму закону Ньютона, эта сила равна произведению массы Юпитера на его центростремительное ускорение:

$$F_{ЮС} = M_{Ю}\frac{v^2_{Ю}}{R_{ЮС}}, \qquad (2) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

где $v_Ю$ — скорость движения Юпитера относительно Солнца. Выразим из (1) и (2) массу Солнца:

$$M_C = \frac{v^2_{Ю}R_{ЮС}}{G}. \qquad (3) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Таким же способом можно выразить массу Юпитера через параметры орбиты Ганимеда — расстояние $R_{ГЮ}$ между Ганимедом и Юпитером и скорость $v_Г$ движения Ганимеда относительно Юпитера:

$$M_Ю = \frac{v^2_{Г}R_{ГЮ}}{G}. \qquad (4) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Разделим (3) на (4):

$$\frac{M_C}{M_Ю} = \left(\frac{v_Ю}{v_Г}\right)^2\frac{R_{ЮС}}{R_{ГЮ}}. \qquad (5) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

Так как скорость движения по окружности равна $2\pi R/T$ ($R$ — радиус орбиты, $T$ — период обращения), то

$$\frac{v_Ю}{v_Г} = \frac{R_{ЮС}/T_Ю}{R_{ГЮ}/T_Г}, \qquad (6)$$

где $T_Ю$ и $T_Г$ — периоды обращения Юпитера и Ганимеда. Отношение радиусов орбит равно максимальному углу Юпитер–Солнце–Ганимед $\alpha_{max}$:

$$\frac{R_{ГЮ}}{R_{ЮС}} = \alpha_{\max}. \qquad (7) \qquad \textbf{(1 б.)}$$

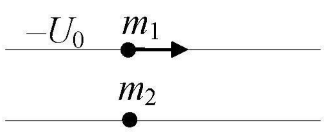
Подставив (6) и (7) в (5), найдём искомое выражение для отношения масс $M_C/M_Ю$:

$$\frac{M_C}{M_{Ю}} = \left(\frac{T_Г}{T_{Ю}}\right)^2 \cdot \frac{1}{\alpha_{\max}^3}.$$ **(2 б.)**

Подставив числовые значения $T_Г$=7,2 сут., $T_Ю$=4300 сут., $\alpha_{max}$=0,0014, найдём: $M_C/M_Ю \approx 1000$.

**Ответ:** масса Солнца больше массы Юпитера в ≈ 1000 раз. **(2 б.)**

(**Примечание:** вместо формулы $a = v^2/R$ для центростремительного ускорения можно воспользоваться формулой $a = \omega^2 R$. В этом случае назначение баллов производится аналогичным образом.)




4. На двух бесконечных параллельных спицах покоятся разноимённо заряженные маленькие бусинки массой $m_1$ и $m_2$. Энергия их электростатического взаимодействия равна ($-U_0$). Бусинке массы $m_1$ сообщают такую начальную скорость, что она уходит от второй бусинки на бесконечность. Какую максимальную скорость при этом может приобрести вторая бусинка? Трения нет.

**Решение.**

Рассмотрим движение бусинок в системе отсчёта, связанной с их центром масс. Разобьём путь, пройденный 2-й бусинкой относительно центра масс, на малые отрезки $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3, \ldots$ Пусть $\Delta v_n$ — изменение скорости 2-й бусинки при прохождении $n$-го отрезка. Согласно 2-му закону Ньютона,

$$\Delta v_n = \frac{F_{x,n}}{m_2}\Delta t_n = \frac{F_{x,n}}{m_2}\frac{\Delta x_n}{|v_n|}, \qquad (1)$$

где $F_{x,n}$ — горизонтальная составляющая силы притяжения к 1-й бусинке, $\Delta t_n$ — время прохождения 2-й бусинкой участка $\Delta x_n$, а $v_n$ — её скорость в это время (относительно центра масс).

Ограничимся рассмотрением случая, когда бусинки расходятся на бесконечность относительно друг друга. Скорость $|v_n|$ будет тем меньше, чем меньше начальные (а значит, и конечные) скорости бусинок. Минимальное значение $|v_n|$ достигается, если скорости бусинок на бесконечном удалении друг от друга обращаются в ноль. В то же время величина $F_{x,n}$ не зависит от скоростей бусинок, т. к. определяется только их расположением относительно центра масс. Поэтому, согласно (1), изменение скорости $\Delta v_n$ оказывается максимальным в том случае, когда скорости бусинок относительно центра масс обращаются в ноль на бесконечности.

Суммарное изменение скорости 2-й бусинки,

$$\Delta v_1 + \Delta v_2 + \Delta v_3 + \ldots, \qquad (2)$$

равно разности между её конечной и начальной скоростью. Эта разность не зависит от выбора системы отсчёта. В лабораторной системе отсчёта начальная скорость 2-й бусинки равна нулю, а значит, её конечная скорость равна сумме (2). Если конечные скорости обеих бусинок одинаковы (т. е. конечные скорости относительно центра масс равны нулю), то каждое слагаемое в (2) максимально, согласно приведённому выше рассмотрению.

Итак, максимальную скорость 2-я бусинка приобретает в том случае, когда конечные скорости обеих бусинок одинаковы. **(4 б)**

Обозначим эти одинаковые скорости буквой $v$ и запишем законы сохранения энергии и импульса в лабораторной системе отсчёта:

$$\frac{m_1 v_0^2}{2} - U_0 = \frac{m_1 v^2}{2} + \frac{m_2 v^2}{2}, \qquad (3)$$ **(2 б)**

$$m_1 v_0 = m_1 v + m_2 v, \qquad (4)$$ **(2 б)**

где $v_0$ — начальная скорость первой бусинки. Выразив её из уравнения (4) и подставив в (3), найдём **ответ:** $v = \sqrt{\dfrac{2m_1 U_0}{(m_1 + m_2)m_2}}$. **(2 б)**

5. Оцените количество электроэнергии в киловатт-часах, которую должен использовать подъемный кран, чтобы построить кирпичный пятиэтажный дом.

**Решение.**

Считаем, что высота одного этажа 3 м. Тогда стандартный объём пятиэтажного дома:

$$V = 100\text{м} \times 10\text{м} \times 15\text{м} = 1{,}5 \times 10^4\,\text{м}^3.$$ **(1 б.)**

Объём стен в стандартной комнате $5 \times 3$ м$^2$:

$$V_{стен} = 3\text{м} \times (3\text{м} \times 0{,}4\text{м} + 13\text{м} \times 0{,}1\text{м} \times \frac{1}{2}) \approx 6\text{м}^3,$$

тогда отношение объёма стен к объёму всего дома:

$$\frac{6\text{м}^3}{3 \times 3 \times 5\text{м}^3} = \frac{2}{15}.$$ **(2 б.)**

Плотность кирпича примерно равна 3000кг/м$^3$**(1 б.)**. Тогда масса всех стен дома равна:

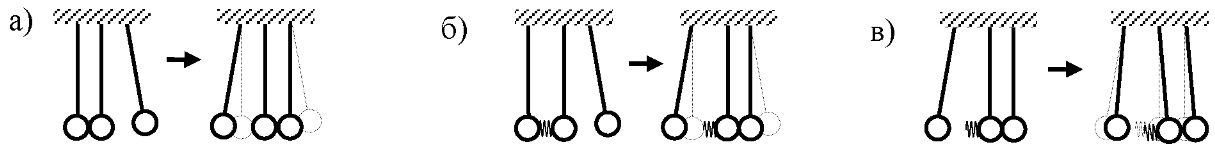
$$M_{стен} = 3000 \times 1{,}5 \times 10^4 \times \frac{2}{15} = 6 \times 10^6\,\text{кг}.$$

Высота центра масс дома 7.5 м **(1 б.)**, тогда потенциальная энергия подъёма его массы на эту высоту:

$$U = 6 \times 10^6 \times 10 \times 7{,}5 = 4{,}5 \times 10^8\,\text{Дж}.$$ **(3 б.)**

Учитывая, что 1 кВт-час = 3600×1000 Дж,
получим **ответ**: $U \approx 125$ кВт-час. **(2 б.)**

6. Задача-демонстрация. Маятник Ньютона состоит из трёх одинаковых металлических шариков, подвешенных на нитях так, что шарики могут отклоняться в одной плоскости. В положении равновесия нити вертикальны, а




шарики касаются друг друга. Если отвести правый шарик в сторону и отпустить, то после удара средний и правый шарики останутся на месте, а левый отклоняется влево. Установим лёгкую пружину между левым и средним шариками, прикрепив её к среднему шарику. Отведём правый шарик в сторону и отпустим. После первого удара средний шарик остаётся на месте, а левый отклоняется. То есть поведение системы такое же, как и в отсутствие пружины. Теперь отведём левый шарик в сторону и отпустим. После удара поведение системы резко изменилось: левый шарик отклонился влево, а средний и правый шарики вместе отклонились вправо. Объясните наблюдаемое явление.

**Решение.**

Обозначим шарики слева направо цифрами 1, 2, 3.

Одинаковые шарики после упругого лобового удара обмениваются скоростями. **(2 б)**

Это утверждение согласуется с законами сохранения энергии и импульса и становится очевидным, если его рассмотреть в системе центра масс. Время соударения шариков, не разделённых пружиной, мало́ настолько, что они практически не успевают сместиться за это время и вовлечь во взаимодействие другие шарики, так что взаимодействия шариков происходят последовательно: пока два соседних шарика обмениваются скоростями, остальные не участвуют в процессе. В случае а) сначала скоростями обмениваются шарики 3 и 2 (шарик 2 приобретает скорость 3-го, а шарик 3 останавливается) и сразу после этого обмениваются скоростями шарики 2 и 1, что и приводит к наблюдаемому отклонению шарика 1 при покоящихся шариках 3 и 2. (При наличии длинной цепочки шариков такой процесс напоминал бы распространение упругой волны.)

Наличие пружины резко увеличивает время взаимодействия разделённых ею шариков. **(3 б)**

Однако удар остаётся лобовым и упругим и, как и в отсутствии пружины, приводит к обмену скоростей одинаковых сталкивающихся шариков. **(2 б)**

Поэтому, в случае б) поведение шаров похоже на случай а). Действительно, сначала шары 3 и 2 быстро обмениваются скоростями, и только после этого взаимодействуют шары 2 и 1. И хотя последнее взаимодействие медленное, оно происходит при небольшом отклонении шарика 2 влево, так что шарик 3 не участвует в этом взаимодействии. Поэтому, шарики 2 и 1 обмениваются скоростями, как если бы шарика 3 вовсе не было.

В случае в) вначале взаимодействуют шарики 1 и 2, разделённые пружиной. Это взаимодействие медленное. В процессе этого взаимодействия шарик 2 существенно смещается вправо и толкает шарик 3. Скорости и ускорения шаров 2 и 3 при этом одинаковы, то есть они участвуют во взаимодействии как одно тело. Таким образом, в этом случае задача эквивалентна задаче об упругом лобовом столкновении движущегося шарика массы $m$ с покоящимся шариком массы $2m$. Поскольку массы теперь не равны, обмена скоростями не будет. Рассмотрим это столкновение в системе центра масс. Пусть скорость этой системы равна $v$ (направлена вправо). Тогда скорость шарика массой $2m$ равна $-v$, а скорость шарика массы $m$ равна $2v$ (чтобы суммарный импульс был равен нулю). После соударения скорости шариков поменяются на противоположные. Действительно, при этом суммарный импульс останется равным нулю и, очевидно, закон сохранения энергии также выполнится. В лабораторной системе скорости шаров массой $2m$ и $m$ станут равны: $-(-v)+v=2v$ (вправо) и $-2v+v=-v$ (влево). То есть, шарик 1 отразится влево, а шарики 2 и 3 отскочат вместе вправо с вдвое большей по отношению к нему скоростью, что и наблюдается экспериментально. **(3 б)**